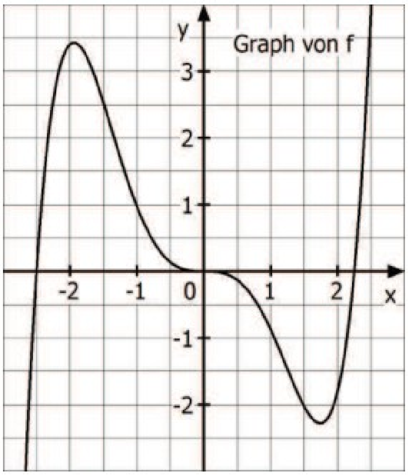
Pflichtteil (etwa 40 min) – Ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung (hier: 12 von 30 Punkten, im Abi 20 von 60 Punkten)

(Dieser Teil muss mit den Lösungen abgegeben sein, ehe der GTR und die Formalsammlung verwendet werden dürfen.)

Aufgabe 1: [2P] Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{x^2}\exp(-3x)$

Lösungsvorschlag 1: $f'(x)=-\frac{2}{x^3}\exp(-3x)-\frac{3}{x^2}\exp(-3x)=-\frac{\exp(-3x)}{x^3}(2+3x)$

Aufgabe 2: [3P] Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f. F ist eine Stammfunktion von f. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.



(1) Der Graph von F besitzt an der Stelle $x=0$ einen Hochpunkt.
(2) Der Graph von F besitzt im Bereich $-2{,}5 \leq x \leq 2{,}5$ eine Wendetangente mit positiver Steigung.
(3) $F(1)<F(2)$

Lösungsvorschlag 2:

Zu (1): Da f die Ableitung von F ist und f bei $x = 0$ einen Nullstelle mit Vorzeichenwechsel von Plus nach Minus hat, hat F in $x=0$ einen Hochpunkt. Damit ist (1) richtig.
(Anmerkung: Einige haben festgestellt, dass die zweite Ableitung von F Null wäre. Das kann sein, (ist aber nicht zweifelfrei festzustellen), aber dann kann man einfach die hinreichende Bedingung f‘‘(x)<0 für einen Hochpunkt nicht anwenden. Beispiel: $f(x)=-x^4$ hat offensichtlich in x=0 einen Hochpunkt. Die zweite Ableitung $f''(x)=-12x^2$ ist aber Null.)

Zu (2): Ein Hochpunkt von f = F‘ ist eine Stelle bei der F eine maximale Steigung hat, d.h. F hat dort eine Wendetangente mit maximaler positiver Steigung. Damit ist (2) richtig.

Zu (3): Da das Integral von f zwischen x=1 und x=2 negativ ist, ist F(2)<F(1), also ist (3) falsch

Aufgabe 3: [4P] Gegeben sind die Ebene E und die Gerade g durch

$$E: 4x_1+x_2-x_3=9 \qquad g: \vec{x}=\begin{pmatrix} [illegible] \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}+t\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) Bestimmen Sie die gegenseitige Lage von g und E
b) Bestimmen Sie eine Ebene, die orthogonal zu E ist und g enthält.

Lösungsvorschlag 3: zu a) Die Gerade g ist parallel zu E, da das Produkt des Richtungsvektors von g mit der Normalen von E $\vec{n} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ den Wert $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = 4 - 2 - 2 = 0$ hat. Außerdem ist der Stützpunkt P(-5/3/1) der Geraden g kein Punkt der Ebene, wie man durch Einsetzen leicht erkennt (die linke Seite ist -18, die rechte 9)

Oder: Sei S(a/b/c) ein Schnittpunkt von E und g, so gilt
$4(-5+t) + (3-2t) - (1+2t) = 0$ oder
$-20 + 4t + 3 - 2t + 1 - 2t = 0$ oder
$-16 = 0$, d.h. es gibt keinen Schnittpunkt. Damit sind die Ebene und die Gerade parallel und es gibt keinen Punkt der Geraden, der auf der Ebene liegt.

Zu b) Gesucht ist der Normalenvektor der Ebene F. Er muss senkrecht zum Normalenverktor von E und zum Richtungsvektor von g sein (damit g in F liegt). Das Kreuzprodukt des Richtungsvektors von g und der Normalen von E ist senkrecht zu g und zu E, es gilt $\vec{m} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-2 \\ -1-8 \\ -8-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9 \\ -9 \end{pmatrix}$ Damit ist etwa

$\overrightarrow{n_F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ein Normalenvektor der gesuchten Ebene F.

Als Stützvektor der Ebene F müssen wir einen Punkt auf g wählen, etwa $P(-5/3/1)$. Damit ist die Normalenform der Ebene $F: x_2 + x_3 = 3 + 1 = 4$ die Normalenform einer Ebene senkrecht zu E, in der g liegt. (Wie man leicht sieht, liegt auch jeder Punkt von g auf F)

Aufgabe 4: [3P] In einer Urne befinden sich sechs Kugeln, die mit Zahlen beschriftet sind. Drei Kugeln tragen die Zahl „3“, zwei Kugeln die Zahl „2“ und eine Kugel die Zahl „1“. Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Die Zufallsvariable X gibt die Summe der sich darauf befindenden Zahlen an.

a) Geben Sie an, welche Werte X annehmen kann.
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X = 4)$.

Lösungsvorschlag 4: **zu a)** X kann die Werte 1+2=3, 2+2=1+3=4, 2+3=5 und 3+3=6 annehmen. Alos ist die Wertemenge von X = {3,4,5,6}
Zu b) Zeichne einen zweistufigen Baum
P(X=4) = P(1,3) + P(2,2) + P(3,1) = $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

Wahlteil (etwa 40 min) – Mit GTR und Formelsammlung – nach Abgabe des Pflichtteils kann der GTR und die Formelsammlung verwendet werden. (Ana: Hier (5+2*)P statt 20P im Abi, Geo: 6 statt 10P, Stat: 7 statt 10P, insgesamt hat Wahlteil (18+2*) Punkte statt 40 Punkten)

Aufgabe 5: Zwischen zwei senkrecht auf dem Erdboden stehenden Masten soll ein Seil aufgehängt werden. Der Verlauf des Seils wird in einem Koordinatensystem dargestellt, dabei stellt die x-Achse den Erdboden dar. Der linke Mast steht an der Stelle $x = 0$ und der rechte Mast steht an der Stelle $x = 16$ (alle Koordinatenangaben in Meter).
Zunächst wird das durchhängende Seil beschrieben durch den Graphen der Funktion f mit

$$f(x) = 9\cdot e^{0,05x} + 25\cdot e^{-0,05x} - 25 \quad \text{mit } 0 \le x \le 16$$

a) [4P+2*P] Geben Sie die geringste Höhe des Seils über dem Boden an.
[*Geben Sie an, wo das Seil am steilsten verläuft. Das Seil ist an den beiden Stellen markiert, die sich in 6 Metern Höhe befinden.
Ermitteln Sie den Abstand der beiden Markierungen.]
Bestimmen Sie die durchschnittliche Höhe des Seils über dem Boden.

b) [3P] Für jedes $k > 0$ ist eine Funktion h_k gegeben durch

$$h_k(x) = 0,04\,x^2 - k\cdot x + 9 \quad \text{mit } 0 \le x \le 16$$

Bestimmen Sie die Koordinaten des Tiefpunkts T_k des Graphen von h_k .

Die Seillänge und die Höhe des rechten Befestigungspunkts werden nun durch k variiert. Wenn das Seil den Boden nicht berührt, kann es durch den Graphen einer Funktion h_k dargestellt werden. Für welche Werte von k kann demnach durch den Graphen von h_k ein Verlauf des Seils dargestellt werden?

Lösungsvorschlag 5: zu a) Die geringste Höhe des Seils über dem Boden ist das Minimum der Funktion.
Ableitungen:

$$f'(x) = 9\cdot e^{0,05x}\cdot 0,05 + 25\cdot e^{-0,05x}\cdot(-0,05) = 0,45\cdot e^{0,05x} - 1,25\cdot e^{-0,05x}$$

$$f''(x) = 0,45\cdot e^{0,05x}\cdot 0,05 - 1,25\cdot e^{-0,05x}\cdot(-0,05) = 0,0225\cdot e^{0,05x} + 0,0625\cdot e^{-0,05x}$$

Die notwendige Bedingung für das Minium ist $f'(x)=0$.
Sei also x so, dass $f'(x) = 0,45\cdot e^{0,05x} - 1,25\cdot e^{-0,05x} = 0$. Multiplizieren wir mit dem HN, so erhalten wir $0,45\cdot e^{0,1x} = 1,25$ oder $0.1x = \ln\left(\frac{1,25}{0,45}\right) = 1,022$ oder $x = 10,22$.
Zur hinreichenden Bedingung: Es gilt:

$$f''(x) = 0,45\cdot e^{0,05x}\cdot 0,05 - 1,25\cdot e^{-0,05x}\cdot(-0,05) = 0,0225\cdot e^{0,05x} + 0,0625\cdot e^{-0,05x}$$

Damit gilt $f''(10,22) = 0,0225\cdot e^{0,511}\cdot 0,05 + 0,0625\cdot e^{-0,511} > 0$, da beide Summanden größer als Null sind.

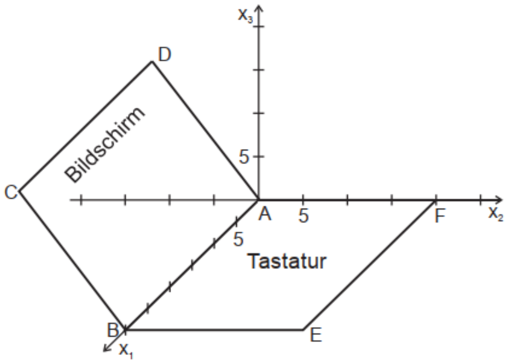
Es gilt $f(10,22) = 9\cdot e^{0,511} + 25\cdot e^{-0,511} - 25 = 15,003 + 14,997 - 25 = 5$
Also ist das Minimum (10,22 | 5)

*Die Kurve verläuft am steilsten, wenn $f'(x)$ ein lokales Maximum hat. , d.h. am Wendepunkt der Kurve. Nw Bed. für Wendepunkt: $f''(x) = 0$, d.h.
$f''(x) = 0,0225\cdot e^{0,05x}\cdot 0,05 + 0,0625\cdot e^{-0,05x} = 0$ oder
$\left(e^{0,05x}\right)^2 = e^{0,1x} = -\frac{0,0625}{0,0225} = -2\frac{7}{9}$ Da exp(x)>0 für alle x, kann es keine Lösung dieser Gleichung geben. Damit kommen nur die beiden Ränder in Frage:
$f'(0) = 0,45\cdot e^0 - 1,25\cdot e^0 = -0,8$ und
$f'(16) = 0,45\cdot e^{0,8} - 1,25\cdot e^{-0,8} = 0,45\cdot 2,23 - \frac{1,25}{2,23} = 0,443$
(Die Funktion ist links des Minimus monton fallend, rechts davon monoton steigend)
*Sei x so, dass $f(x) = 6$ ist, dann gilt:
$9\cdot e^{0,05x} + 25\cdot e^{-0,05x} - 25 = 6$ oder $9\cdot\left(e^{0,05x}\right)^2 - 31\cdot e^{0,05x} + 25 = 0$ Subst. von $t = e^{0,05x}$ ergibt $9\cdot t^2 - 31\cdot t + 25 = 0$ und die Mitternachtsformel liefert $t_{1/2} = \frac{31\pm\sqrt{31^2-4\cdot 9\cdot 25}}{18} = \frac{31\pm 7,8}{18} = 1,29 \mid 2,16$. Resubstitution ergibt: $x_{1/2} = 20\cdot\ln(1,29) \mid 20\cdot\ln(2,16) = 5,09 \ \mid\ 15,40$. Der Abstand der Punkte ist damit 10,31
Die durchschnittliche Höhe des Seils ist

$$\frac{1}{16}\int_0^{16}(9\cdot e^{0,05x} + 25\cdot e^{-0,05x} - 25dx = \frac{1}{16}\left[180\cdot e^{0,05x} - 500\cdot e^{-0,05x} - 25x\right]_0^{16} =$$

$$\frac{1}{16}\left(180\cdot e^{0,8} - 500\cdot e^{-0,8} - 400 - \left(180\cdot e^0 - 500\cdot e^0\right)\right) = \frac{1}{16}\left(220,60 + 275,33 - 400\right) = 6$$

zu b) Die notwendige Bedingung für einen Tiefpunkt ist $h_k{}'(x) = 0$ Sei nun x so, dass $h_k{}'(x) = 0$, dann gilt wegen $h_k'(x) = 0,08\,x - k$, dass $x = 12,5\cdot k$ ist.
Hinreichende Bed. $h_k'(x) = 0,08 > 0$
D.h. der Scheitel liegt bei $S(12,5k \mid 9 - 6,25\cdot k^2)$.
Damit das Seil nicht den Boden berührt, muss $9 - 6,25\cdot k^2 > 0$ sein.
D.h. $9 > 6,25\cdot k^2$ oder $1,44 > k^2$ damit muss gelten $1,2 > k > -1,2$. Also muss wegen k>0 gelten: $1,2 > k > 0$



Aufgabe 6: Ein Notebook besteht aus einem Bildschirm und einer Tastatur. Der Bildschirm und die Tastatur haben jeweils die Länge 30 cm und die Breite 20 cm. Die Tiefe dieser Bauteile wird vernachlässigt. In einem Koordinatensystem werden die Eckpunkte des Bild Schirms durch die Punkte A, B, C und D beschrieben, wobei $D(0 \mid -12 \mid 16)$ ist (alle Koordinatenangaben in Zentimeter). Die Eckpunkte der Tastatur werden durch A, B, E und F beschrieben, die in der x_{12} - Ebene liegen. Die Kante AD befindet sich in der x_{23}-Ebene (siehe Abbildung).

a) [3P] Geben Sie die Koordinaten des Punktes C an.
Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene K, die die Lage des Bildschirms beschreibt.
Berechnen Sie den Winkel zwischen Bildschirm und Tastatur.
(Teilergebnis: $K:\ 4x_2 + 3x_3 = 0$)

b) [3P] Die Position des rechten Auges einer Person, die am Notebook arbeitet, wird durch den Punkt $R(10 \mid 40 \mid 50)$ beschrieben.
Bestimmen Sie den Punkt P der Ebene K mit der kleinsten Entfernung zu R.
Begründen Sie, dass P innerhalb des Rechtecks liegt, das die Bildschirmfläche beschreibt.
Berechnen Sie den Abstand des Auges zum Bildschirm.

Lösungsvorschlag 6: zu a) Der Punkt ist C(30/12/16)

Zu a) Koordinatenform der Ebene K: $K: \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 16 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Sei $\vec{n}$ die Normale, dann gilt $30x = 0$ und $-12y + 16z = 0$. Damit ist eine Lösung $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$. Die Koordinatenform ist damit $K: 4x_2 + 3x_3 = 0$, da der Nullpunkt auf der Ebene liegt.

Der Schnittwinkel der Ebenen K und der xy-Ebene z=0 ist

$\cos(\varphi) = \frac{\left|\overrightarrow{n_K} \cdot \overrightarrow{n_1}\right|}{n_K \cdot n_1} = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2} \cdot 1} = 0,6$ Damit ist der Winkel $\varphi = 53,1°$

Allerdings ist der Winkel zwischen den beiden Teilen des Laptops 180°-53,1°=126,9°7

Zu b) Die Gerade senkrecht zu K durch R ist $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}10\\40\\50\end{pmatrix}+r\begin{pmatrix}0\\4\\3\end{pmatrix}$. Für den

Schnittpunkt S(x/y/z) der Gerade g mit der Ebene E gilt: $4(40+4r)+3(50+3r)=0$ oder $25r=-310$ oder $r=-12{,}4$.

Damit ist der Aufpunkt des Auges $S(10\mid -9{,}6\mid 12{,}8)$.

Der Punkt K ist innerhalb dem von AB und AD aufgespannten Rechteck, da in der Koordinatenform s=1/3 und r = 4/5 ist.

Der Abstand des Auges ist $d=\sqrt{(10-10)^2+(40+9.6)^2+(50-12{,}8)^2}=62$

Oder er berechnet sich mit der Hesseschen Normalenform

$$d=\frac{|4\cdot 40+3\cdot 50|}{\sqrt{16+9}}=62$$

Aufgabe 7: Ein Hersteller produziert Fernsehgeräte. Erfahrungsgemäß haben 12 % der Geräte einen Defekt innerhalb der Garantiezeit von zwei Jahren.

a) [2P] Eine Elektronik-Fachmarktkette verkauft 800 dieser Geräte. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
A: Höchstens 100 Geräte haben einen Defekt während der Garantiezeit.
B: Mehr als 90, aber weniger als 120 Geräte haben einen Defekt während der Garantiezeit.

b) [2P] Bleibt ein Gerät während der Garantiezeit ohne Defekt, so beträgt die Wahrscheinlichkeit 20 %, dass innerhalb der darauffolgenden drei Jahre ein Defekt auftritt.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gerät in den ersten fünf Jahren keinen Defekt aufweist.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in den ersten fünf Jahren von 100 Geräten mindestens 70 noch keinen Defekt aufweisen.

c) [3P] Der Hersteller will zum Ende der Garantiezeit eine kostenpflichtige Garantieverlängerung um ein weiteres Jahr anbieten. Er geht davon aus, dass ein Gerät, für das eine solche Verlängerung abgeschlossen wurde, innerhalb dieses weiteren Jahres mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 % reklamiert wird.
In diesem Fall entscheidet der Hersteller, was mit dem Gerät geschieht. Dabei kalkuliert er mit den in der folgenden Tabelle dargestellten Wahrscheinlichkeiten und Kosten. Erfahrungsgemäß sind Mehrfachreklamationen so selten, dass sie vernachlässigt werden können.

Entscheidung des Herstellers im Reklamationsfall	Gerät wird ersetzt	Gerät wird repariert	Gerät wird als „grundlos reklamiert“ zurückgesandt
Wahrscheinlichkeit	0,4	0,5	0,1
Kosten	500 €	240 €	20 €

Wie viel muss die Garantieverlängerung kosten, wenn der Hersteller langfristig einen durchschnittlichen Gewinn von 10 € pro verkaufter Garantieverlängerung erzielen will?

Lösungsvorschlag 7: zu a) Die Verteilung der defekten Geräte X ist eine Binomialverteilung mit $n = 800$ und $p = 0{,}12$ (und dem Erwartungswert $E(X) = n \cdot p = 800 \cdot 0{,}12 = 96$)

Zu A) Es gilt $P(X \leq 100) = \sum_{i=0}^{100} \binom{800}{i} 0{,}12^i \;=\; 69{,}14\%$

Zu B) Es gilt $P(90 < X < 120) = \; P(X \leq 119) - P(X \leq 90) = 99{,}35\% - 27{,}78\% = 71{,}57\%$

Zu b) Die Wahrscheinlichkeit für kein Defekt in 5 Jahren ist: $p5 \;=\; 0{,}88 \cdot 0{,}8 = 0{,}704$

Die Verteilung Y der nicht defekten Geräte ist eine Binomialverteilung mit n = 100 und p = 0,704. Der Erwartungswert ist $E(Y) = n \cdot p = 100 \cdot 0{,}704 = 70{,}4$. Es gilt $P(Y \geq 70) = 1 - P(69 \leq Y) = 100\% - 41{,}63\% = 58{,}37\%$

Zu c) Anfallende Kosten pro Gerät. $K = 0{,}15 \cdot (0{,}4 \cdot 500 + 0{,}5 \cdot 240 + 0{,}1 \cdot 20) = 48{,}3$ Da er einen Gewinn von 10€ will, sollte die Versicherung mindestens 58,3€ betragen, er wird wohl 60€ verlangen.

Pflichtteil
A1) NABI 18 P1 2P
A2) NABI 18 P4 3P
A3) NABI 15 P6 4P
A4) NABI 18 P7 3P sum = 12

Wahlteil
A5) NABI 18 A1.1a,c 5P+2*P
A6) NABI 18 B2 a-b 6P
A7) NABI 18 C2 a-c 7P sum = 18+2*P

Varianten:

Aufgabe 5: Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = 2 \cdot sin\left(x\right)$ mit $0 \leq x \leq \pi$
Die Punkte P und Q sind die Schnittpunkte des Graphen von f mit der x-Achse.
Die Punkte R und S liegen auf dem Graphen von f.

a) [1,5P] Begründen Sie, dass der Flächeninhalt des Dreiecks PQR maximal wird, wenn R auf der Geraden $x = \frac{\pi}{2}$ liegt.

b) [2,5P] Der Flächeninhalt des Dreiecks PQS ist um ein Viertel kleiner als der Inhalt der Fläche, die der Graph von f mit der x-Achse einschließt.
Bestimmen Sie die Koordinaten eines möglichen Punktes S.

c) [2P] Die Funktion g ist gegeben durch $g(x) = 8 - 4 \cdot \sin(x)$ mit $0 \leq x \leq \pi$
Beschreiben Sie, wie der Graph von g aus dem Graphen von f hervorgeht

Lösungsvorschlag 5: zu a) Das Maximum der Funktion f ist bei $x = \frac{\pi}{2}$. Da die Fläche des Dreiecks $A = \frac{1}{2}gh$ ist und g stets gleich groß ist, ist die Fläche maximal, wenn h maximal ist.
Zu b) Der Flächeninhalt des Dreiecks PQS ist genau dann 3/4 des Inhalts von PQR, wenn die Höhe ¾ der Höhe von PQR ist. das ist an der Stelle x der Fall, an der sin(x)=3/4 ist. Dies ist bei x = 0,848 der Fall.

Aufgabe 5: Die Entwicklung der Weltbevölkerung wird im Folgenden beschrieben durch die Funktion f mit

$$f(t) = \frac{11,6}{1 + 3,6 \cdot e^{-0,028t}} \qquad (t \geq 0)$$

(t in Jahren seit Beginn des Jahres 1950; f(t) in Mrd. Menschen).

a) [4P] Berechnen Sie die Weltbevölkerung zu Beginn des Jahres 2019 nach diesem Modell.
Bestimmen Sie das Jahr, in dem sich die Weltbevölkerung laut diesem Modell gegenüber dem Jahr 1950 verdoppelt hat.
Ermitteln Sie, wann die Weltbevölkerung laut Modell am stärksten anstieg.
Geben Sie an, welcher Wert für die Weltbevölkerung langfristig zu erwarten ist.

b) [2P] Ermitteln Sie, in welchem 10-Jahres-Zeitraum die durchschnittliche Weltbevölkerung laut Modell bei 6 Mrd. Menschen lag.

Lösungsvorschlag 5: zu a) $f(69) = \frac{11,6}{1 + 3,6 \cdot e^{-0,028 \cdot 69}} = 7,62$, d.h. es leben Anfang 2019 gut 7,5 Milliarden Menschen

Sei t so, dass sich zu diesem Zeitpunkt die Bevölkerung verdoppelt hat, dann gilt:
$f(t)=\dfrac{11,6}{1+3,6\cdot e^{-0,028t}}=2\cdot f(0)=2\cdot 2,5=5$ oder $\dfrac{11,6}{5}=1+3,6\cdot e^{-0,028t}$ oder
$\dfrac{1,32}{3,6}=e^{-0,028t}$ oder $\dfrac{1,32}{3,6}=e^{-0,028t}$ oder $\ln(3,667)=-0.028\cdot t$ oder
$t=\dfrac{1.003}{0,028}==35,8$ Am Ende des Jahres 1986 hatte sich die Weltbevölkerung relativ zu 1950 verdoppelt

Der Anstieg der Bevölkerung ist die Funktion f‘(x).
Da $f(t)=11,6\left(1+3,6\cdot e^{-0,028t}\right)^{-1}$ gilt
$f'(t)=11,6(-1)\left(1+3,6\cdot e^{-0,028t}\right)^{-2}\left(3,6e^{-0,028t}\cdot(-0,028)\right)=$
$1,16928e^{-0,028t}\left(1+3,6\cdot e^{-0,028t}\right)^{-2}=1,17e^{-0,028t}\left(1+3,6\cdot e^{-0,028t}\right)^{-2}$
Die notwendige Bedingung für den stärksten Anstieg ist f‘‘(x)=0.

$$f''(x)=1,17e^{-0,028t}\cdot(-0,028)\left(1+3,6\cdot e^{-0,028t}\right)^{-2}+$$

Es gilt $1,17e^{-0,028t}(-2)\left(1+3,6\cdot e^{-0,028t}\right)^{-3}\cdot 3,6\cdot e^{-0,028t}\cdot(-0,028)=$

$$\left[-0.033\left(1+3,6\cdot e^{-0,028t}\right)+0,236\cdot e^{-0,028t}\right]\left(1+3,6\cdot e^{-0,028t}\right)^{-3}$$

Bei einem Maximum gilt notwendigerweise $f''(t)=0$. Also gilt

$0.033\left(1+3,6\cdot e^{-0,028t}\right)=0,236\cdot e^{-0,028t}$ oder

$0.033=(0,236-0,119)\cdot e^{-0,028t}=0,117\cdot e^{-0,028t}$ oder

$-0,028t=\ln\left(\dfrac{0.033}{0,117}\right)=-1,266$ oder $t=\dfrac{-1,266}{-0,028}=45,2$