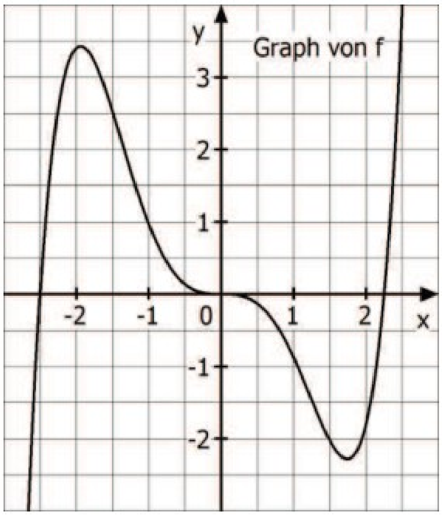
Mathematik　*Name:*　*Klausur Nr. 7*
K2　*Punkte:*　*/(30+2*P) Note:*　*Schnitt:*　*26.3.19*

Pflichtteil (etwa 30 min) – Ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung (10 von 30 Punkten, im Abi 20 von 60 Punkten)
(Dieser Teil muss mit den Lösungen abgegeben sein, ehe der GTR und die Formalsammlung verwendet werden dürfen.)

Aufgabe 1: [2P] Bilden Sie die Ableitung der Funktion f mit

$$f(x)=\frac{1}{x^2}\exp(-3x)$$



Aufgabe 2: [3P] Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion f. F ist eine Stammfunktion von f.
Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

(1) Der Graph von F besitzt an der Stelle $x=0$ einen Hochpunkt.
(2) Der Graph von F besitzt im Bereich $-2{,}5 \le x \le 2{,}5$ eine Wendetangente mit positiver Steigung.
(3) $F(1) < F(2)$

Aufgabe 3: [4P] Gegeben sind die Ebene E und die Gerade g durch

$$E: 4x_1 + x_2 - x_3 = 9 \qquad g: \vec{x} = \begin{pmatrix} \text{[illegible]} \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

a) Bestimmen Sie die gegenseitige Lage von g und E
b) Bestimmen Sie eine Ebene, die orthogonal zu E ist und g enthält.

Aufgabe 4: [3P] In einer Urne befinden sich sechs Kugeln, die mit Zahlen beschriftet sind. Drei Kugeln tragen die Zahl „3“, zwei Kugeln die Zahl „2“ und eine Kugel die Zahl „1“. Es werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Die Zufallsvariable X gibt die Summe der sich darauf befindenden Zahlen an.

a) Geben Sie an, welche Werte X annehmen kann.
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(X=4)$.

Wahlteil (etwa 60 min) – **Mit GTR und Formelsammlung – nach Abgabe des Pflichtteils kann der GTR und die Formelsammlung verwendet werden. (Ana: Hier (5+2*)P statt 20P im Abi, Geo: 6 statt 10P, Stat: 7 statt 10P, insgesamt hat Wahlteil (18+2*) Punkte statt 40 Punkten)**

Aufgabe 5: Zwischen zwei senkrecht auf dem Erdboden stehenden Masten soll ein Seil aufgehängt werden. Der Verlauf des Seils wird in einem Koordinatensystem dargestellt, dabei stellt die x-Achse den Erdboden dar. Der linke Mast steht an der Stelle $x = 0$ und der rechte Mast steht an der Stelle $x = 16$ (alle Koordinatenangaben in Meter).
Zunächst wird das durchhängende Seil beschrieben durch den Graphen der Funktion f mit

$$f(x) = 9 \cdot e^{0,05x} + 25 \cdot e^{-0,05x} - 25 \quad \text{mit } 0 \le x \le 16$$

a) [2P+2*P] Geben Sie die geringste Höhe des Seils über dem Boden an.
[*Geben Sie an, wo das Seil am steilsten verläuft. Das Seil ist an den beiden Stellen markiert, die sich in 6 Metern Höhe befinden.
Ermitteln Sie den Abstand der beiden Markierungen.]
Bestimmen Sie die durchschnittliche Höhe des Seils über dem Boden.

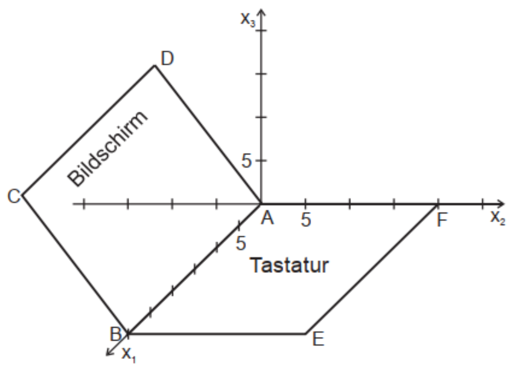
b) [3P] Für jedes $k > 0$ ist eine Funktion h_k gegeben durch

$$h_k(x) = 0{,}04\,x^2 - k \cdot x + 9 \quad \text{mit } 0 \le x \le 16$$

Bestimmen Sie die Koordinaten des Tiefpunkts T_k des Graphen von h_k .

Die Seillänge und die Höhe des rechten Befestigungspunkts werden nun durch k variiert. Wenn das Seil den Boden nicht berührt, kann es durch den Graphen einer Funktion h_k dargestellt werden. Für welche Werte von k kann demnach durch den Graphen von h_k ein Verlauf des Seils dargestellt werden?

Aufgabe 6: Ein Notebook besteht aus einem Bildschirm und einer Tastatur. Der Bildschirm und die Tastatur haben jeweils die Länge 30 cm und die Breite 20 cm. Die Tiefe dieser Bauteile wird vernachlässigt. In einem Koordinatensystem werden die Eckpunkte des Bild Schirms durch die Punkte A, B, C und D beschrieben, wobei $D(0 \mid -12 \mid 16)$ ist (alle Koordinatenangaben in Zentimeter). Die Eckpunkte der Tastatur werden durch A, B, E und F beschrieben, die in der x_{12} -Ebene liegen. Die Kante AD befindet sich in der x_{23}-Ebene (siehe Abbildung).



a) [3P] Geben Sie die Koordinaten des Punktes C an.
Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene K, die die Lage des Bildschirms beschreibt.

(bitte wenden)

Berechnen Sie den Winkel zwischen Bildschirm und Tastatur.
(Teilergebnis: $K: \; 4x_2 + \; 3x_3 \; = 0$)

b) [3P] Die Position des rechten Auges einer Person, die am Notebook arbeitet, wird durch den Punkt $R(10|\,40|50)$ beschrieben.
Bestimmen Sie den Punkt P der Ebene K mit der kleinsten Entfernung zu R.
Begründen Sie, dass P innerhalb des Rechtecks liegt, das die Bildschirmfläche beschreibt.
Berechnen Sie den Abstand des Auges zum Bildschirm.

Aufgabe 7: Ein Hersteller produziert Fernsehgeräte. Erfahrungsgemäß haben 12 % der Geräte einen Defekt innerhalb der Garantiezeit von zwei Jahren.

a) [2P] Eine Elektronik-Fachmarktkette verkauft 800 dieser Geräte. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
A: Höchstens 100 Geräte haben einen Defekt während der Garantiezeit.
B: Mehr als 90, aber weniger als 120 Geräte haben einen Defekt während der Garantiezeit.

b) [2P] Bleibt ein Gerät während der Garantiezeit ohne Defekt, so beträgt die Wahrscheinlichkeit 20 %, dass innerhalb der darauffolgenden drei Jahre ein Defekt auftritt.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gerät in den ersten fünf Jahren keinen Defekt aufweist.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass in den ersten fünf Jahren von 100 Geräten mindestens 70 noch keinen Defekt aufweisen.

c) [3P] Der Hersteller will zum Ende der Garantiezeit eine kostenpflichtige Garantieverlängerung um ein weiteres Jahr anbieten. Er geht davon aus, dass ein Gerät, für das eine solche Verlängerung abgeschlossen wurde, innerhalb dieses weiteren Jahres mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 % reklamiert wird.
In diesem Fall entscheidet der Hersteller, was mit dem Gerät geschieht. Dabei kalkuliert er mit den in der folgenden Tabelle dargestellten Wahrscheinlichkeiten und Kosten. Erfahrungsgemäß sind Mehrfachreklamationen so selten, dass sie vernachlässigt werden können.

Entscheidung des Herstellers im Reklamationsfall	Gerät wird ersetzt	Gerät wird repariert	Gerät wird als „grundlos reklamiert“ zurückgesandt
Wahrscheinlichkeit	0,4	0,5	0,1
Kosten	500 €	240 €	20 €

Wie viel muss die Garantieverlängerung kosten, wenn der Hersteller langfristig einen durchschnittlichen Gewinn von 10 € pro verkaufter Garantieverlängerung erzielen will?

Pflichtteil

A1) NABI 18 P1	2P	
A2) NABI 18 P4	3P	
A3) NABI 15 P6	4P	
A4) NABI 18 P7	3P	sum = 12

Wahlteil

A5) NABI 18 A1.1a,c	5P+2*P	
A6) NABI 18 B2 a-b	6P	
A7) NABI 18 C2 a-c	7P	sum = 18+2*P