

Bereich	Thema	Schwierigkeit
Analysis	Extremwertaufgaben	***

Gleichschenkliges Dreieck – Umfang gegeben – Flächeninhalt maximal

Bestimmen Sie die Seitenlängen a und b sowie den Flächeninhalt A desjenigen gleichschenkligen Dreiecks, das bei gegebenem Umfang u ($u = 6\text{cm}$) maximalen Flächeninhalt A hat.

Bereich	Thema	Schwierigkeit
Analysis	Extremwertaufgaben	***

Extremale Größe: $A(a; h_a) = \frac{1}{2} a \cdot h_a$ soll maximal werden

Nebenbedingungen: Satz des PYTHAGORAS: $(\frac{1}{2}a)^2 + h_a^2 = b^2 \Rightarrow h_a = \sqrt{b^2 - (\frac{1}{2}a)^2}$ und

$$a + 2b = u \Rightarrow b = \frac{1}{2}(u - a)$$

Zielfunktion: $A(a) = \frac{1}{2} a \cdot \sqrt{(\frac{1}{2}(u - a))^2 - (\frac{1}{2}a)^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}u^2 a^2 - ua^3}$ oder

$$A^2(a) = \frac{1}{8} u^2 a^2 - ua^3 \text{ mit } D_a = [0; \frac{u}{2}] \text{ soll maximal werden}$$

Lösung: $a = \frac{1}{3}u$, $b = \frac{1}{3}u$, $A = \frac{\sqrt{3}}{36}u^2$; das Dreieck ist also gleichseitig

$$(a = 2\text{cm}, b = 2\text{cm}, A = \sqrt{3} \text{ cm}^2)$$