# Aufgabenblatt: Ableitung und Tangenten

**Aufgabe 1:**

Die folgenden Aufgaben beziehen sich auf die Funktion: $f(x) = -(x-1)^2 + 4.$

a) Berechne Scheitelpunkt und gegebenenfalls Nullstellen.

b) Zeichne den Graphen von $f$ über dem Intervall $[-2,5\,;\,3,5]$ (Maßstab $1\,LE = 1\,\mathrm{cm}$).

c) Beschreibe den Graphen in Worten, denke dabei an eine Person, die den Begriff *Parabel* nicht kennt.

d) Zeichne die Tangenten an den Graphen von $f$ an den Stellen $x = -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$.

e) Berechne die Ableitung von $f$ und zeichne die Ableitung in dasselbe Koordinatensystem.

f) Berechne die Werte von $f'$ an den Stellen $x = -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$.

g) Was bedeuten die Ergebnisse von Teilaufgabe f) für die jeweiligen Tangenten?

h) Was gilt für $f'$ und die Tangente links des Scheitelpunktes. Kannst Du das begründen?

i) Was gilt für $f'$ und die Tangente am Scheitelpunkt? Kannst Du das begründen?

j) Was gilt für $f'$ und die Tangente rechts des Scheitelpunktes. Kannst Du das begründen?

**Aufgabe 2:**

Berechne die 1. Ableitung

a) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + 1$ $\quad f'(x) = 3x^2 - 4x + 5$

b) $f(x) = 2x^3 + x^2$ $\quad f'(x) = 6x^2 + 2x$

c) $f(x) = 5x^4 - 3x^2 + x - 1$ $\quad f'(x) = 20x^3 - 6x + 1$

d) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x$ $\quad f'(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$

e) $f(x) = \frac{1}{3}(x^6 + x^4 + x^2 + 3)$ $\quad f'(x) = \frac{1}{3}(6x^5 + 4x^3 + 2x$

f) $f(x) = (x-3)^4$ $\quad f'(x) = 4(x-3)$

g) $f(x) = (x-5)^2$ $\quad f'(x) = 2(x-5)$

h) $f(x) = (x^2-7)^3$ $\quad f'(x) = 3(x^2-7)\cdot 2x = 6x(x^2-7)$

**Aufgabe 3:**

Berechne die 1. Ableitung der Funktionenschar

a) $f_a(x) = \frac{1}{3}ax^3 + (a+1)x + a + 1$ $\quad f_a'(x) = ax^2 + (a+1)$

b) $f_k(x) = -2kx^2 + 4k^2$ $\quad f_k'(x) = -4kx$

Die Tangente einer Funktion $y = f(x)$ an der Stelle $x_0$ (bzw. im Punkt $(x_0|f(x_0))$ ) hat die Geradengleichung:

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

**Aufgabe 4:**

Berechne die Gleichung der Tangente im Punkt $P(x_0|y_0)$

a) $f(x) = x^3,\quad P(0|y_0)$ $\quad f'(x) = 3x^2,\ f'(0) = 0,\ f(0) = 0,\quad y = 0\cdot(x-0) + 0 = 0$

b) $f(x) = -3x + 1,\quad P(2,|y_0)$ $\quad f'(x) = -3,\ f'(2) = -3,\ f(2) = -5,\quad y = -3x + 1$

c) $f(x) = -3x^2 + 1,\quad P(2,|y_0)$ $\quad f'(x) = -6x,\ f'(2) = -12,\ f(2) = -11,\ y = -12x + 13$

# Aufgabenblatt: Weg-Zeit-Gesetz

Weg-Zeit-Gesetz für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

$$\text{Weg-Zeit-Gesetz}: \quad s(t) = \frac{1}{2}a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$$
$$\text{Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz}: \quad v(t) = s'(t) = at + v_0$$
$$\text{Beschleunigung}: \quad a(t) = v'(t) = s''(t) = a \quad \text{ist konstant!}$$

$s_0$: Weg-Anfangsbedingung, $v_0$: Anfangsgeschwindigkeit, $a$: Beschleunigung, $t$: Zeit.

**Aufgabe 1:**

a) $s(t) = 10\,\text{m} + 3\frac{\text{m}}{\text{s}}t$. Was ist die Weg-Anfangsbedingung, was ist die Geschwindigkeit?
$s_0 = 10\,\text{m}, \quad v = s'(t) = 3\frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $s(t) = 3\,\text{m} + 16\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t - 2\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$. Bestimme die Anfangsbedingung $s_0$, Das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz, die Angangsgeschwindigkeit $v_0$, und die Beschleunigung (Verzögerung).
$s_0 = 3\,\text{m}, \quad v(t) = s'(t) = 16\frac{\text{m}}{\text{s}} - 4\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t, \quad a(t) = v'(t) = -4\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

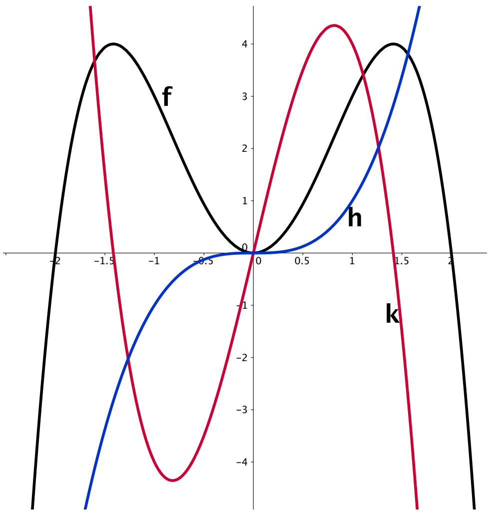
c) Für den zurückgelegten Weg eines Fahrzeugs gelte $s(t) = 4{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t^2 + 10\frac{\text{m}}{\text{s}}t$. Berechne die Momentangeschwindigkeit $v(t)$ als Funktion der Zeit und zum Zeitpunkt $t = 15$ Sekunden. Was ist die Beschleunigung?
$v(t) = s'(t) = 8{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}^2}t + 10\frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v(15\,\text{s}) = 130\frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad a = a(t) = 8{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

d) Ein Fahrzeug bremst mit der konstanten Verzögerung $a = -3{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ von der konstanten Geschwindigkeit $v_0 = 15\frac{\text{m}}{\text{s}}$ab, so daß für den Weg gilt: $s(t) = 15\frac{\text{m}}{\text{s}}t - \frac{1}{2}3{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$. Berechne die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit, wie schnell ist das Fahrzeug noch nach 2,0 s? Wann steht es? $v(t) = s'(t) = 15\frac{\text{m}}{\text{s}} - 3{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t, \quad v(2\,\text{s}) = 9\frac{\text{m}}{\text{s}}$
Da Fahrzeug steht wenn: $v(t_0) = 0 \Leftrightarrow 15\frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t_0 \Leftrightarrow t_0 = \frac{15}{3}\,\text{s} = 5\,\text{s}$

e) Ein Motorradfahrer beschleunigt aus dem Stand mit der Beschleunigung $a = 3{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Stellen Sie das Weg-Zeit-Gesetz auf. Ermitteln Sie die Geschwindigkeitsfunktion $v(t)$. Welche Geschwindigkeit hat er nach 3 Sekunden (in km / h)?
$s(t) = \frac{1}{2}3{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2, \quad v(t) = s'(t) = 3{,}0\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t, \quad v(3\,\text{s}) = 9\frac{\text{m}}{\text{s}}$

---

**Aufgabe 2:**

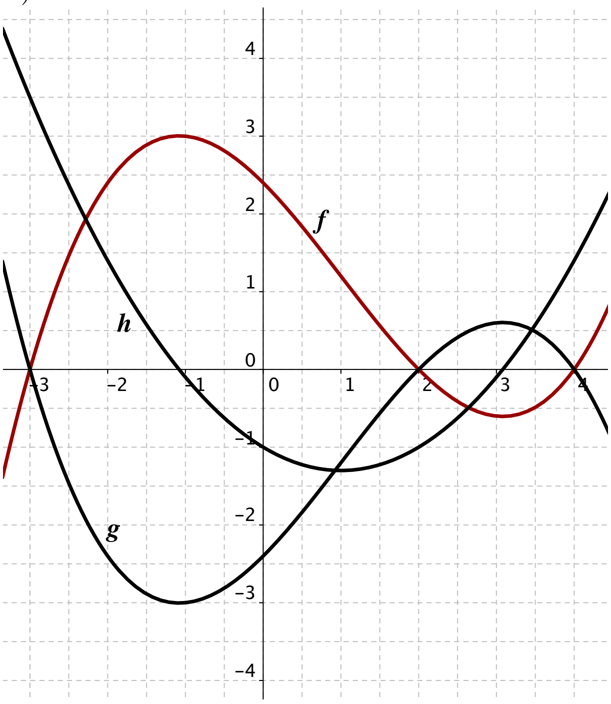



Welche der Funktionen ist die Ableitung $f'$ von $f$? Begründung!

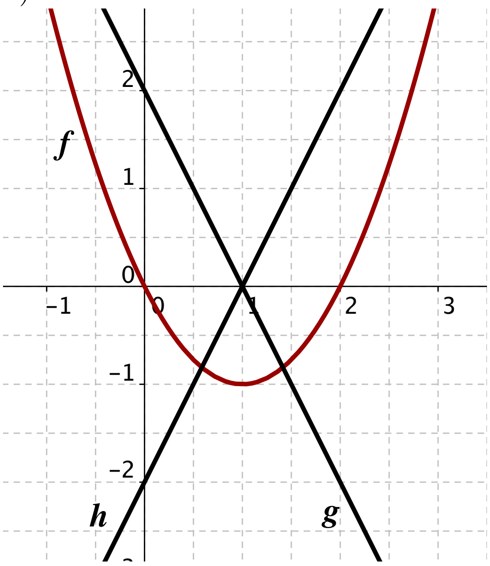
# Aufgabenblatt: Ableitungen, Monotoniegesetz

**Aufgabe 1:**
Bestimmen Sie unter den eingezeichneten Graphen $g$ und $h$ den Graphen der Ableitung von $f$

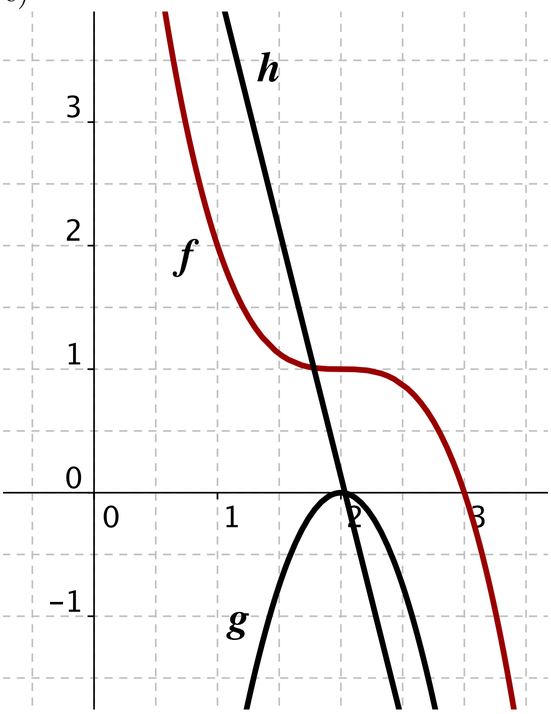
b)



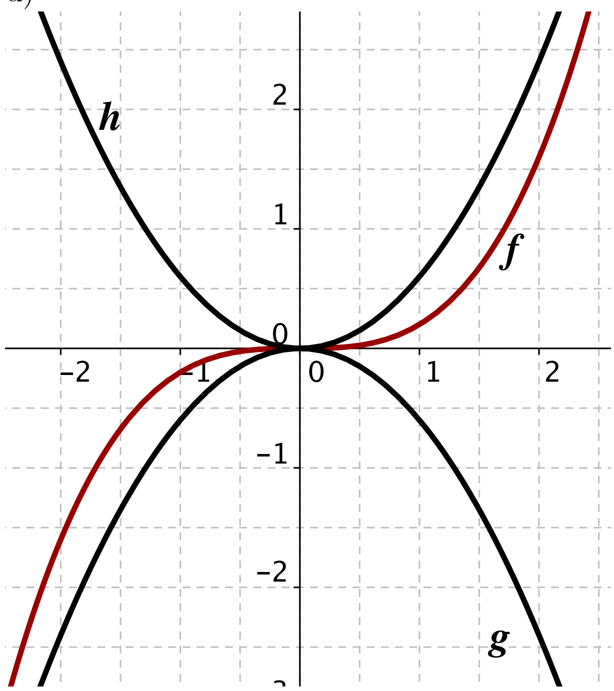

a)



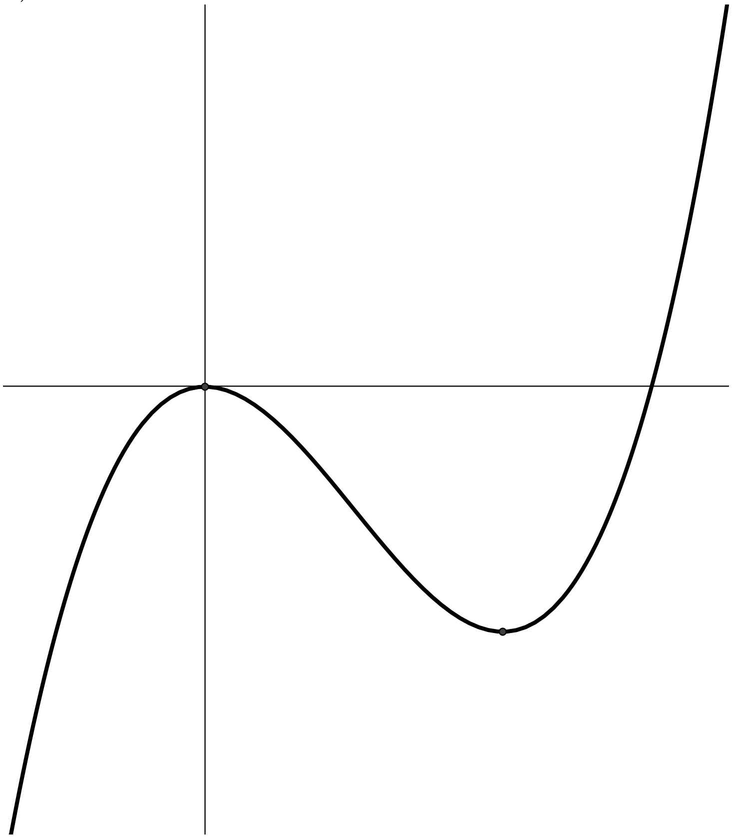

c)



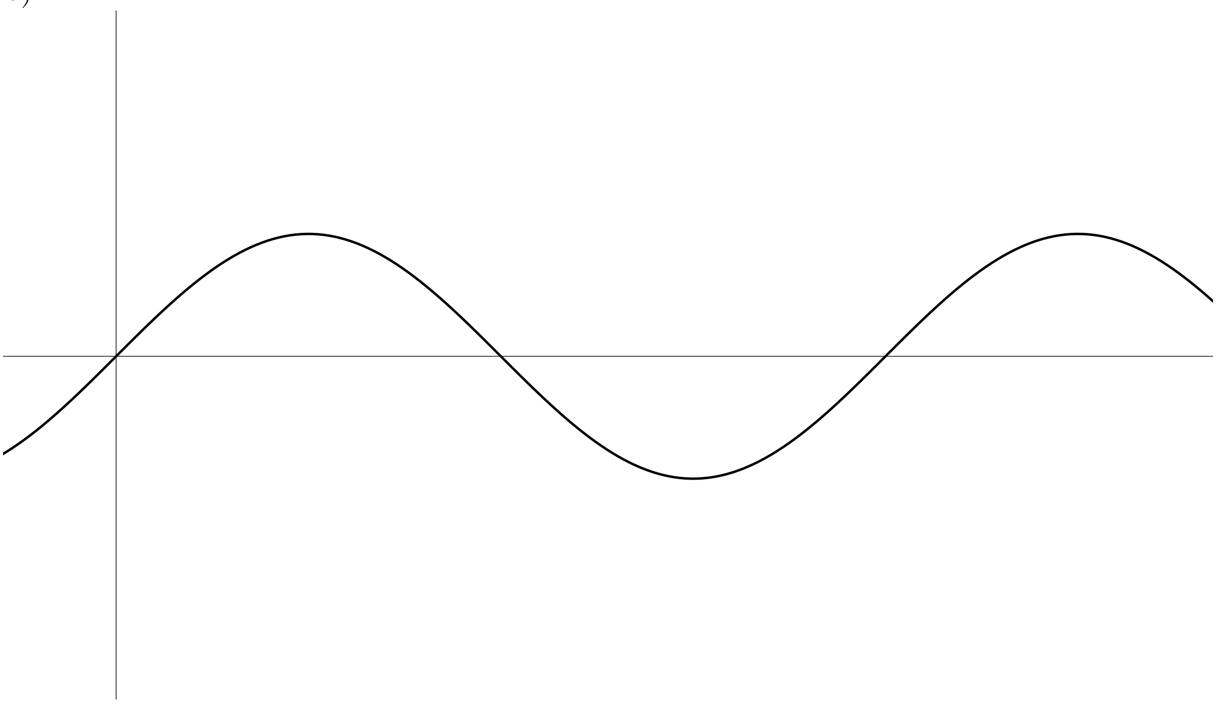

d)



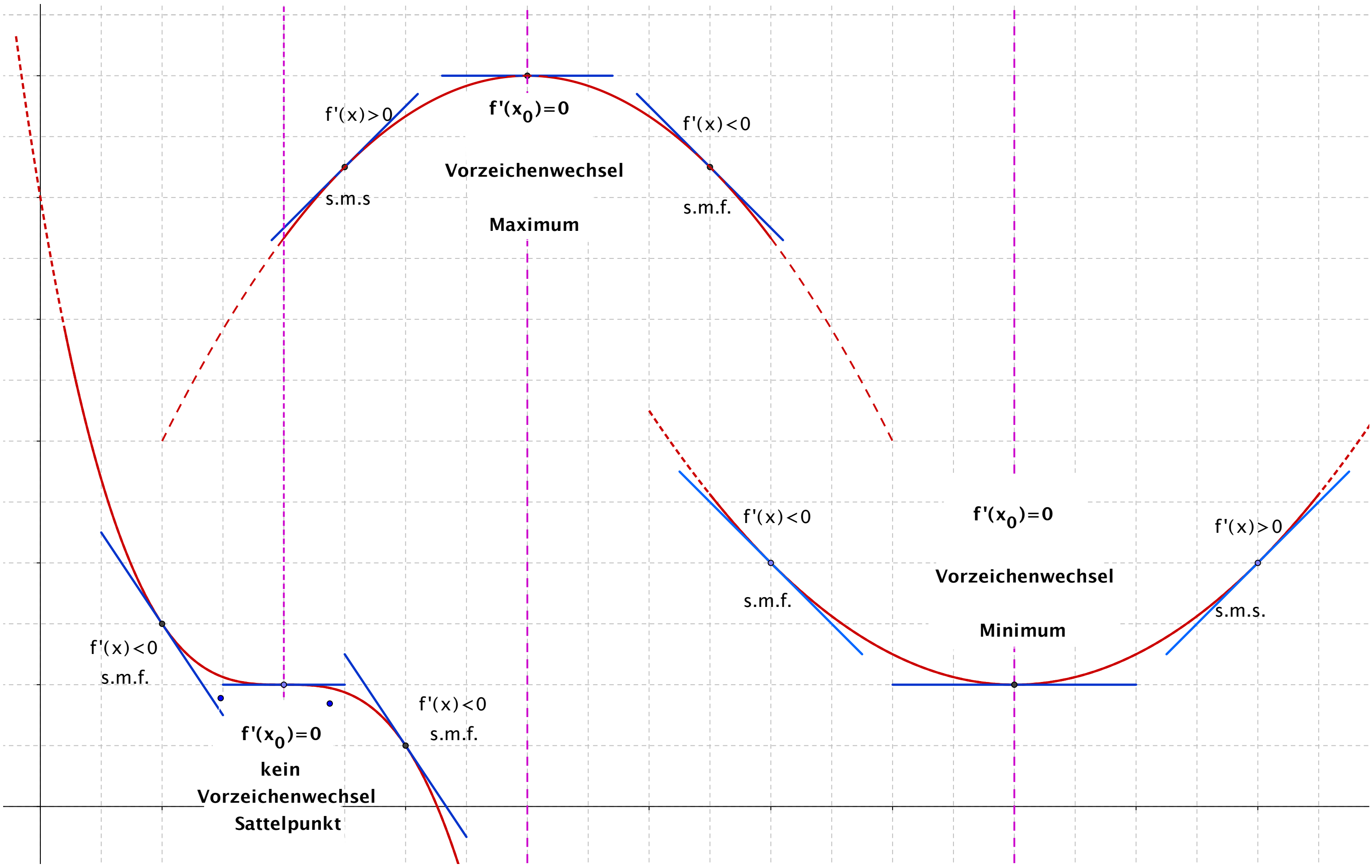
**Aufgabe 2:**
Skizziere den Graphen der Ableitung
a)



b)



# Aufgabenblatt: Bedingungen für Extrema



# Aufgabenblatt: Stammfunktion

Vervollständigen Sie die Tabelle

| | | | |
|---|---|---|---|
| $x^4$ | $4x^3$ | $12x^2$ | $24x$ |
| $x^2 - 3x + 1$ | $2x - 3$ | $2$ | $0$ |
| | $2x$ | | |
| | $5x^4$ | | |
| | $x^4$ | | |
| | | $x^4$ | |
| | | | $x^4$ |
| | | $6x$ | |
| | $x^3$ | | |
| $x^{-1}$ | | | |
| $\frac{x^4}{4}$ | | | |
| | | $1$ | |
| | | | $1$ |
| | | $x$ | |
| | | $2x^5$ | |
| | $3x^2 - 2x - 1$ | | |
| | $x^n$ | | |