

Wiederholungen Wachstumsfunktionen IGS List

Prozentuales Wachstum
Wertetabelle
Berechnen von Zwischenwerten
Berechnen von Wachstumsraten und Wachstumsfaktoren
Aufstellen von Funktionsgleichungen $f(x) = b \cdot a^x$
Halbwertszeiten
Aufgaben im Sinnkontext lösen

Aufgabe 1:

Ein Kapital von 2200 € wird mit den angegebenen jährlichen Zinssätzen verzinst. Die Zinsen verbleiben auf dem Konto.

a) Fülle die folgende Tabelle aus:

Zinssatz: 3,6 %	
Jahr	Kapital
0	2200
1	
2	
3	
4	
5	

Zinssatz: 4,5 %	
Jahr	Kapital
0	2200
1	
2	
3	
4	
5	

Zinssatz 5,2 %	
Jahr	Kapital
0	2200
2	
4	
6	
8	
10	

b) Stelle für jede Tabelle eine Funktionsgleichung auf, mit der sich das Kapital in Abhängigkeit von der Zeit ermitteln lässt.

Aufgabe 2:

Die folgenden Tabellen zeigen das Anwachsen eines Kapitals mit unterschiedlichen Zinssätzen.

a) Berechne für jede Tabelle die Zinssätze, stelle jeweils eine Funktionsgleichung (jährlicher Wachstumsfaktor) auf und berechne die fehlenden Werte.

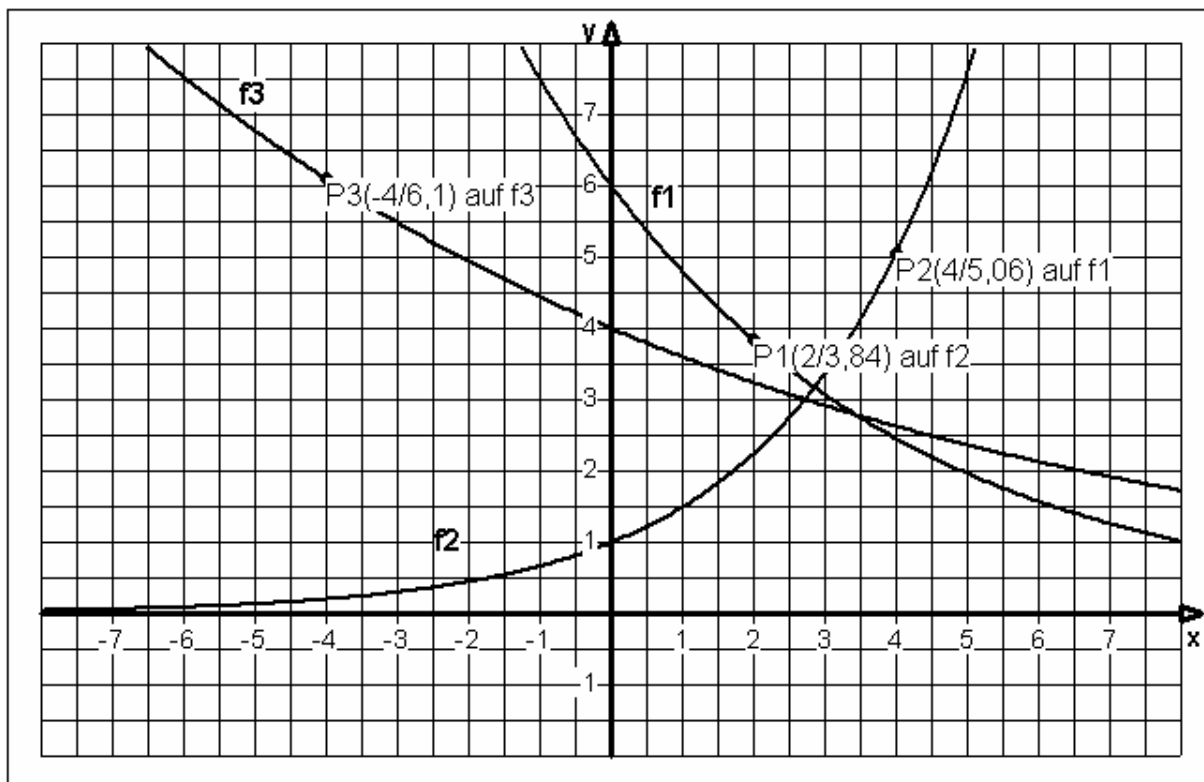
Zinssatz: <input type="text"/>	
Jahr	Kapital
0	1580
1	1643,20
2	1708,90
3	
4	
5	1922,30
6	1999,20

Zinssatz: <input type="text"/>	
Jahr	Kapital
0	1750
1	1793,80
2	
3	
4	1931,70
5	1980
6	

Zinssatz: <input type="text"/>	
Jahr	Kapital
0	530
2	618,19
4	
6	
8	
10	1144,20
20	

Aufgabe 3:

In dem abgebildeten Koordinatenkreuz siehst du die drei Funktionen f1, f2 und f3. Stelle zu jedem Funktionsgraphen eine Funktionsgleichung auf. Die dargestellten Punkte liegen auf den Graphen und können zur Ermittlung der Funktionsgleichung genutzt werden.



Hilfen: Du kannst auch hier mit Tabellen arbeiten. Trage die markierten Werte in die Tabelle ein und ermittle die Wachstumsfaktoren.

f1	
x	f1(x)
0	6
1	
2	3,84
3	
4	

f2	
x	f2(x)
0	
4	

f3	
x	f3(x)
-4	
0	

f1	
Wachstumsfaktor:	
Wachstumsrate:	

f2	
Wachstumsfaktor:	
Wachstumsrate:	

f3	
Wachstumsfaktor:	
Wachstumsrate:	

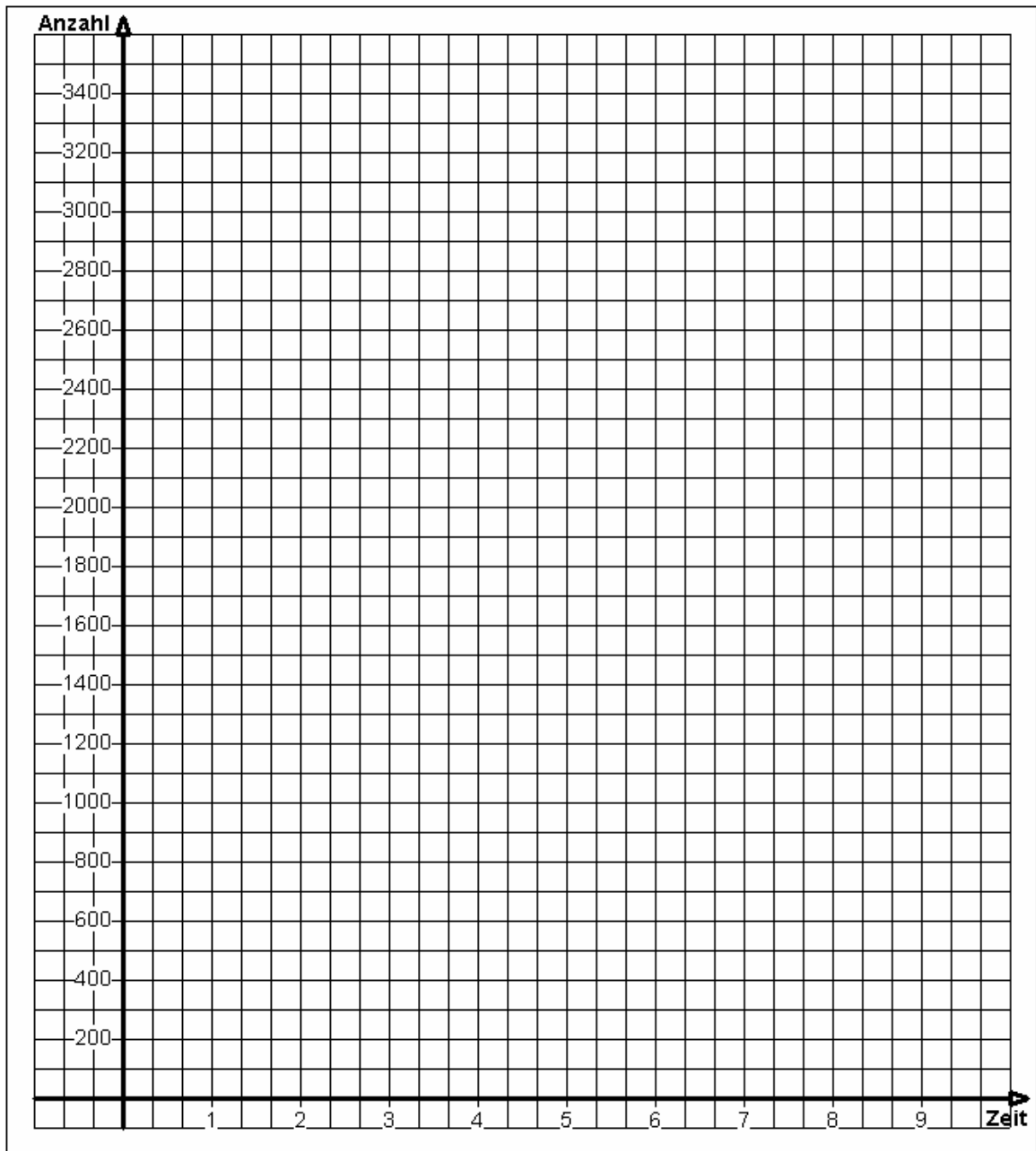
Aufgabe 4:

Eine Bakterienkultur wächst exponentiell in 1 Stunde von 1100 Keimen auf 1250 Keime.

- Stellen Sie eine Funktionsgleichung der Wachstumsfunktion auf (Zeiteinheit: 1 Stunde)!
- Vervollständige die Tabelle.

Stunden	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Anzahl der Bakterien	1100	1250							

- Zeichne die Bakterienvermehrung in das bereit gestellte Koordinatensystem.
- Nach welcher Zeit hat sich die Zahl der Keime verdoppelt? (Verdoppelungszeit) Bestimme diese Zeitspanne möglichst exakt. Dokumentiere dein Vorgehen.
- Nach welcher Zeit hat die Kultur 11000 Keime?

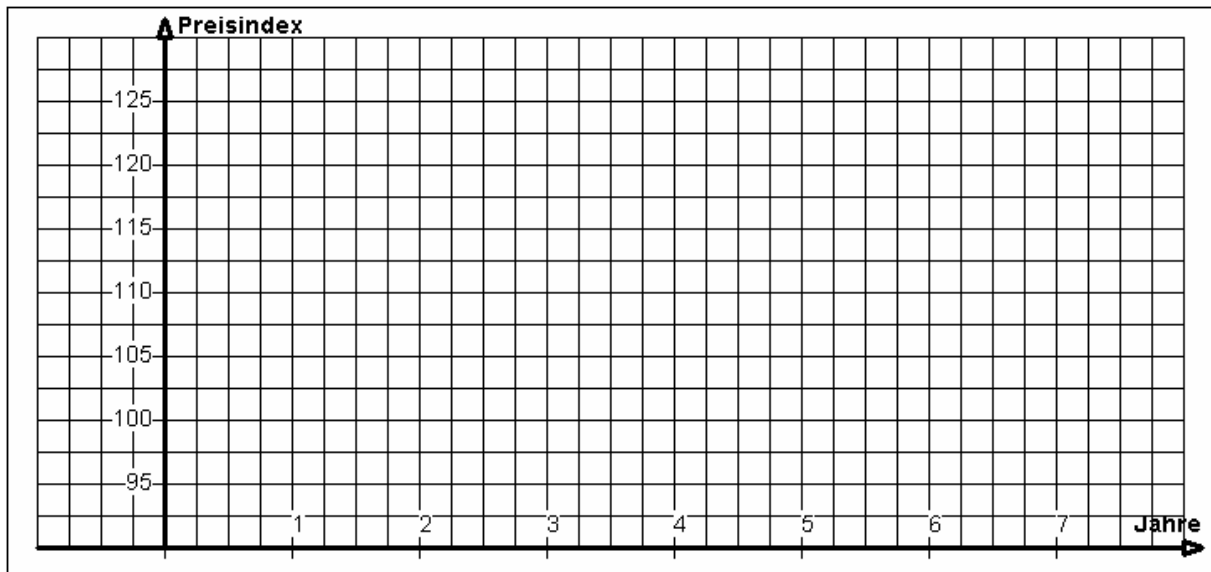


Aufgabe 5:

Die Preissteigerung in den Lebenshaltungskosten von 1965 bis 1972 in der Bundesrepublik Deutschland wird durch folgende Tabelle dargestellt (1965 Preisindex 100):

Jahr	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972
Index	100	103,5	105	106,5	109,5	113,5	119,5	126,5
Wachstumsrate								

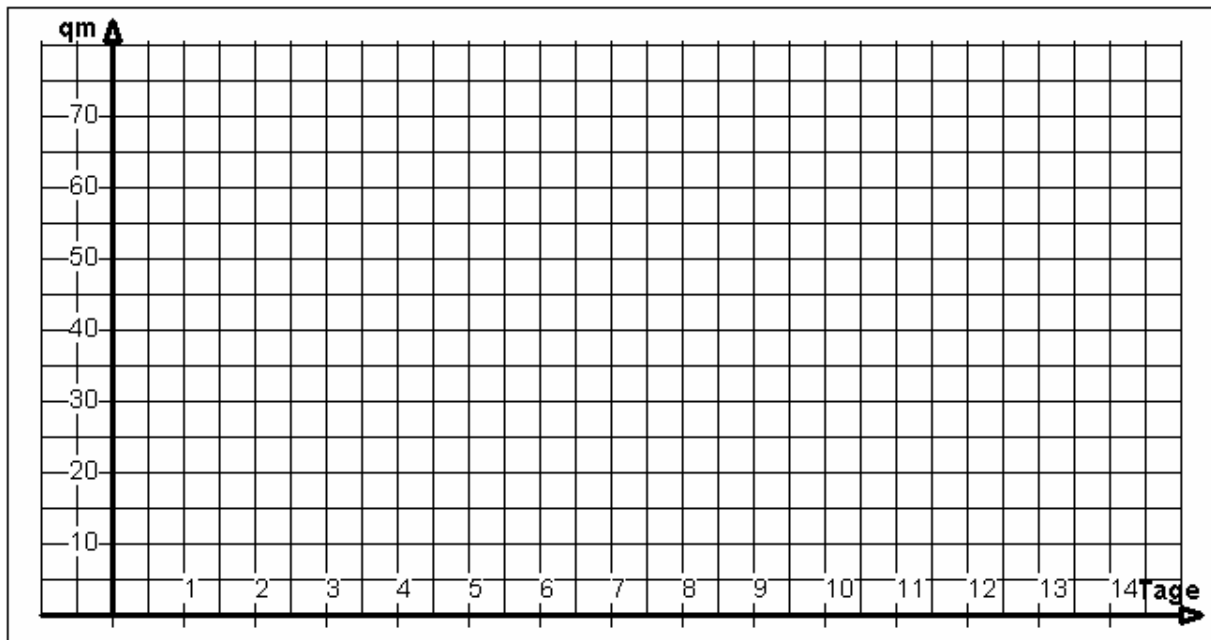
- Berechne die jährlichen Wachstumsraten (siehe Tabelle).
- Ermittle die durchschnittliche jährliche Wachstumsrate.
- Stelle mit den Werten von 1965 und 1972 eine exponentielle Wachstumsfunktion auf und vergleiche die Funktionswerte mit den Werten der Tabelle.
- Stelle den Funktionsgraphen in dem folgenden Koordinatensystem dar.



Aufgabe 6:

Auf einem Teich wachsen zwei Algensorten. Sorte A bedeckt zu Beginn des Beobachtungszeitraums 3 m^2 , Sorte B 7 m^2 . Bei Sorte A verdoppelt sich die bedeckte Fläche in 3 Tagen, bei Sorte B in 5 Tagen.

- Gib die Funktionsgleichungen für das Wachstum beider Algensorten an. Zeichne die Graphen für beide Funktionen für einen Beobachtungszeitraum von mindestens 2 Wochen in ein gemeinsames Koordinatensystem. Verwende das Koordinatenkreuz unten.
- Bestimme anhand der Zeichnung, nach wie vielen Tagen die von beiden Sorten bedeckte Fläche gleich groß ist.
- Bei ungehindertem Wachstum wäre der Teich nach 23 Tagen vollständig mit den beiden Algen bedeckt. Bestimme die Größe des Teichs.



Aufgabe 4:

Eine Bakterienkultur wächst exponentiell in 1 Stunde von 1100 Keimen auf 1250 Keime.

a) $f(x) = 1100 \cdot 1,136^x$

b)

Stunden	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Anzahl der Bakterien	1100	1250	1420,5	1614,2	1834,3	2084,4	2368,6	2691,6	3058,7

c) Zeichne die Bakterienvermehrung in das bereit gestellte Koordinatensystem. **Lösung siehe unten!**

d) Nach welcher Zeit hat sich die Zahl der Keime verdoppelt? (Verdoppelungszeit) **Die Lösung ist im Koordinatenkreuz dargestellt (5,6 Stunden)** Bestimme diese Zeitspanne möglichst exakt. Dokumentiere dein Vorgehen.

$$2200 = 1100 \cdot 1,136^x$$

$$\frac{2200}{1100} = 1,136^x$$

$$2 = 1,136^x$$

$$\frac{\lg 2}{\lg 1,136} = 5,435$$

Lösung mit demGTR:

- Eingeben der Funktionsgleichungen $y_1 = 1100 \cdot 1,136^x$
 $y_2 = 2200$
- Einstellung des Grafikfensters (window)
- Bestimmung des Schnittpunkts im Kalkulationsmenü S(5,422 ; 2200)

e) Nach welcher Zeit hat die Kultur 11000 Keime?

Rechnerische Lösung:

$$11000 = 1100 \cdot 1,136^x$$

$$\frac{11000}{1100} = 1,136^x$$

$$10 = 1,136^x$$

$$\frac{\lg 10}{\lg 1,136} = x$$

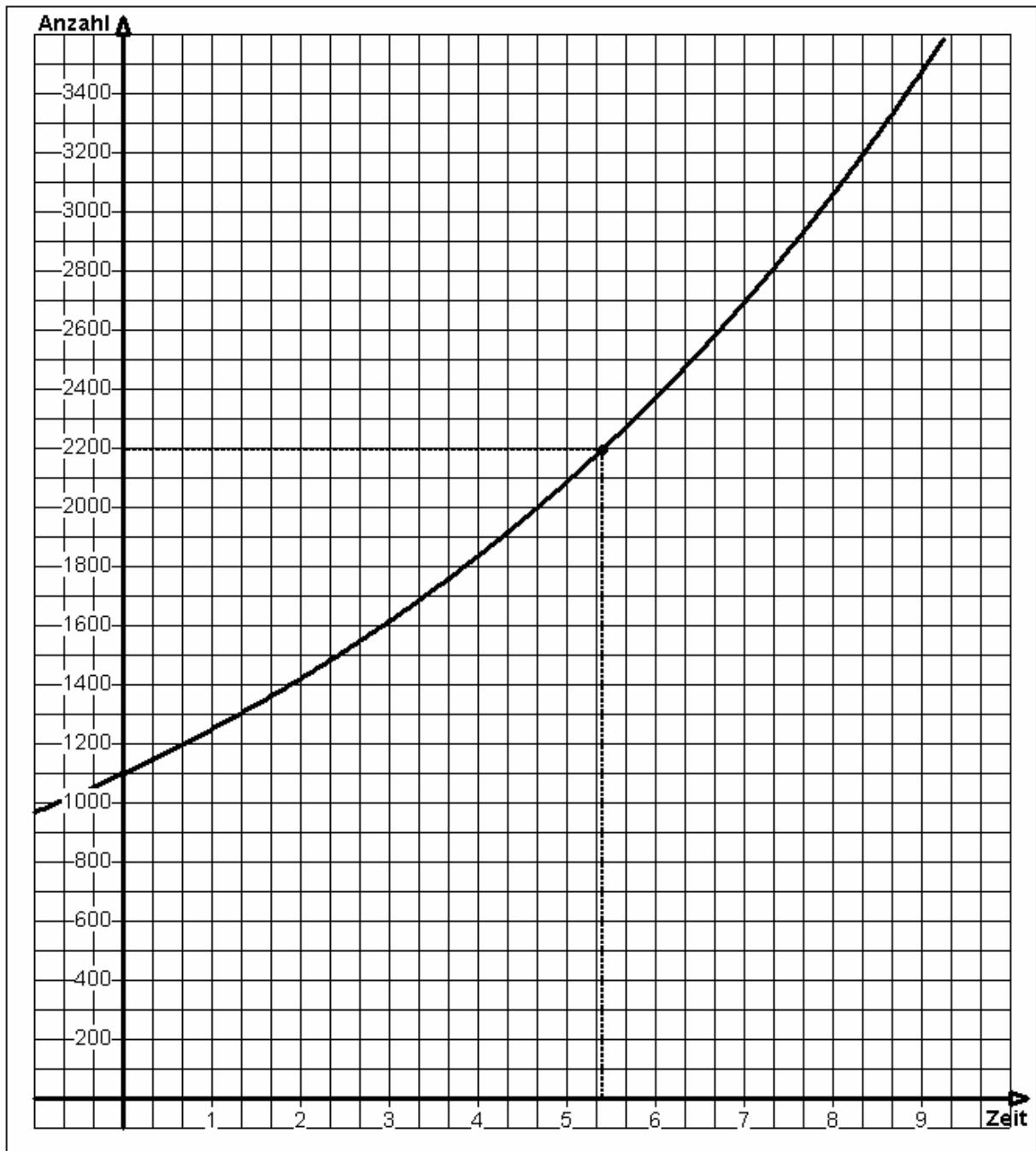
$$x = 18,06$$

Lösung mithilfe des GTRs:

Funktionsgleichung eingeben

In der Tabelle nachschauen, bei welchem x Wert der y Wert 11000 erreicht ist.

Lösung: 18 10982



Aufgabe 5:

a) Berechne die jährlichen Wachstumsraten (siehe Tabelle).

Jahr	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972
Index	100	103,5	105	106,5	109,5	113,5	119,5	126,5
Wachstumsrate	3,5 %	1,45 %	1,43 %	2,8 %	3,7 %	5,3 %	5,8 %	

b) Ermittle die durchschnittliche jährliche Wachstumsrate.

:

$$\sqrt[7]{\frac{126,5}{100}} = a$$

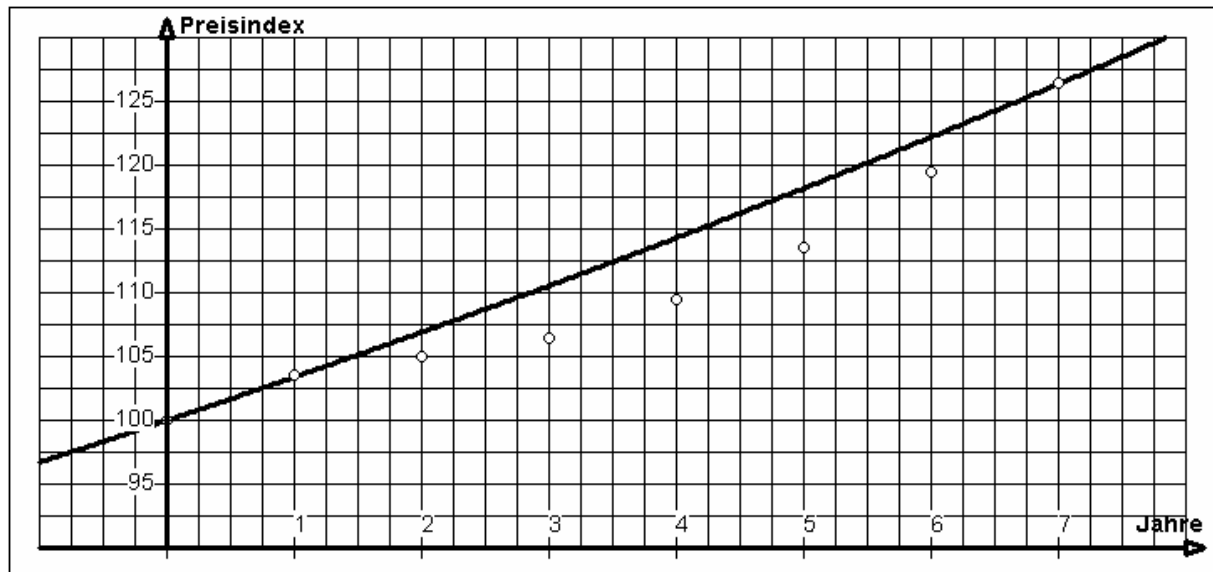
$$a = 1,034$$

- c) Stelle mit den Werten von 1965 und 1972 eine exponentielle Wachstumsfunktion auf und vergleiche die Funktionswerte mit den Werten der Tabelle.

Jahr	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972
Index	100	103,5	105	106,5	109,5	113,5	119,5	126,5
Funktionswerte	100	103,4	106,9	110,6	114,3	118,2	122,2	126,4

Es treten bei den mittleren Werten deutliche Unterschiede auf. Anfangs- und Endwert sind identisch, da sie zur Berechnung der Funktionsgleichung genutzt wurden.

- d) Stelle den Funktionsgraphen in dem folgenden Koordinatensystem dar.



Aufgabe 6:

Auf einem Teich wachsen zwei Algensorten. Sorte A bedeckt zu Beginn des Beobachtungszeitraums 3 m^2 , Sorte B 7 m^2 . Bei Sorte A verdoppelt sich die bedeckte Fläche in 3 Tagen, bei Sorte B in 5 Tagen.

- a) Zeichne die Graphen für beide Funktionen für einen Beobachtungszeitraum von mindestens 2 Wochen in ein gemeinsames Koordinatensystem. Verwende das Koordinatenkreuz unten.

Aufstellen der Funktionsgleichungen:

$$a = \sqrt[3]{2}$$

$$a = \sqrt[5]{2}$$

$$a = 1,2599$$

$$a = 1,1487$$

$$f_1(x) = 3 \cdot 1,2599^x$$

$$f_2(x) = 5 \cdot 1,1487^x$$

Graphen siehe unten!

- b) Anhand der Zeichnung ist abzulesen, dass nach 5,5 Tagen die von den Algen bedeckte Fläche gleich groß ist.
 c) Bei ungehindertem Wachstum wäre der Teich nach 23 Tagen vollständig mit den beiden Algen bedeckt. Bestimme die Größe des Teichs.

Man berechnet die Ausdehnung von beiden Algensorten und addiert die Werte:

$$f_1(23) = 3 \cdot 1,2599^{23}$$

$$f_2(23) = 5 \cdot 1,1487^{23}$$

$$f_1(23) = 609,32$$

$$f_2(23) = 121,26$$

$$\text{Größe des Teichs: } 609,32 + 121,26 = 730,6 \text{ m}^2$$

Diese hier nach dem exponentiellen Wachstum angenommene Größe des Teichs wird sich in der Realität so nicht berechnen lassen. Hier wird ein begrenztes Wachstum vorliegen, d.h. dass die Zunahme zum Schluss langsamer erfolgen wird.

