

# Freiarbeit zum Thema Potenzgesetze

(Bearbeiter: P. Bahrt, Isaac-Newton-Oberschule)

## 1. Vorbemerkungen:

Im Rahmenplan sind zur Behandlung dieses Sachgebietes einschließlich der Potenzfunktionen 30 Unterrichtsstunden vorgesehen. Mit dieser Vorgehensweise lassen sich die dort formulierten Ziele nach meiner Auffassung schneller und in mindestens gleicher Qualität wie im „normalen“ Unterricht erreichen. Dabei werden die Potenzfunktionen erst im Anschluss und dann im Zusammenhang mit den Exponential- und Logarithmusfunktionen behandelt.

Der vorgesehene Test am Ende kann meines Erachtens ohne einen gravierenden Verstoß gegen die AV Klassenarbeiten als eine solche gewertet werden, da er rechtzeitig angekündigt, er bei einer Zeitvorgabe von 45 Minuten bearbeitet werden kann und stringent auf ein einheitliches Niveau geachtet wurde. Dabei sollte der Test im Vorfeld bewusst nicht als Klassenarbeit bezeichnet werden, damit Versagensängste nicht erst entstehen. Darüber hinaus kann eine derartige Entscheidung erst nach dem Vorliegen aller Testergebnisse, also zu Gunsten der Schüler, getroffen werden.

Im Vorfeld sollte jeder Fachlehrer überdenken, ob und in welcher Form er die Begriffe „Potenz“ und „Wurzel“, die Binomischen Formeln, das Setzen und Auflösen von Klammern, das Rechnen mit rationalen Zahlen usw. wiederholt.

Bei der Erarbeitung der Blätter wurde bewusst auf spielerische Elemente, Gruppenarbeits- und Frontalunterrichtsphasen wegen der Zielantizipation verzichtet. Daraus ergaben sich Modifikationen der sonst gültigen Regeln (siehe diese) für Freiarbeitsphasen. Die Aufgaben des Lehrers bestehen darin, die Ausgabe der Arbeitsblätter auf einer Namensliste zu notieren, damit er sich Eingriffsmöglichkeiten offen hält und im Bedarfsfall individuelle Hilfen zu geben.

## 2. Ablauf

Nach der Bearbeitung des 10. Arbeitsblattes, spätestens in der 11. Unterrichtsstunde können bzw. müssen die Schüler den Test absolvieren. Nachdem die Regeln (siehe Blatt 1) erläutert und besprochen wurden, finden die Schüler möglichst selbständig die Potenzgesetze und notieren diese im Merkteil ihres Hefters. Dabei werden zunächst nur natürliche Exponenten größer „0“ betrachtet. Nach einer Übungs- und Anwendungsphase erfolgt die Erweiterung auf negative ganze Exponenten und deren Anwendung. Jetzt werden Zulassungsbedingungen für den Exponenten „0“ geklärt. Nach der Erweiterung auf rationale Exponenten und deren Anwendung werden gemischte Aufgaben mit steigendem Schwierigkeitsgrad gelöst. Nach dem Test lösen die Schüler, welche rechtzeitig fertig wurden, Zusatzblätter. Diese werden vom Lehrer kontrolliert und benotet, wobei über das Eintragen der Noten der Schüler entscheidet. Dadurch entsteht ein Ansporn, sich zu beeilen und es wird dem unterschiedlichen Arbeitstempo und Leistungsvermögen Rechnung getragen.

# Potenzgesetze – Blatt 1

Du musst in diesem Unterrichtsabschnitt innerhalb von 10 Unterrichtsstunden 10 Arbeitsblätter bearbeiten und danach (spätestens in der 11. Unterrichtsstunde) einen einstündigen Test schreiben. Wenn du vor der 11. Unterrichtsstunde damit fertig bist, kannst du Zusatzblätter bearbeiten, deren Benotung auf freiwilliger Basis erfolgt. In dieser Arbeitsphase halte dich an folgende **Regeln**:

1. *arbeite möglichst selbständig*
2. *lies Hinweise am Blattende nur, wenn du Aufgaben nicht lösen kannst*
3. *wenn du trotz der Hinweise zu keiner Lösung kommst, lass dir vom Lehrer helfen*
4. *kontrolliere deine Lösungen – vergleiche mit dem Lösungsblatt*
5. *lass dir vom Lehrer das nächste Arbeitsblatt geben*

## 1. Aufgabe: Berechne ohne Taschenrechner!

a)  $0,7^2 =$                        $0,3^3 =$                        $1,1^2 =$                        $2,5^2 =$

b)  $\left(\frac{1}{3}\right)^3 =$                        $\left(\frac{1}{2}\right)^4 =$                        $\left(\frac{2}{5}\right)^3 =$                        $\left(\frac{2}{3}\right)^4 =$

c)  $2,56 * 10^2 =$                        $3,34 * 10^3 =$                        $0,045 * 10^3 =$

## 2. Aufgabe: Schreibe als Potenz und berechne das Ergebnis!

a)  $5 * 5 * 5 * 5 =$                        $=$                        $(-3)*(-3)*(-3)*(-3) =$                        $=$

b)  $\frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} =$                        $=$                        $(-10)*(-10)*(-10) =$                        $=$

## 3. Aufgabe: Schreibe als Potenz – gib zwei Möglichkeiten an! (Exponent $\neq 1$ )

a)  $16 =$                        $=$                        $81 =$                        $=$                        $625 =$                        $=$

b)  $10000 =$                        $=$                        $0,0625 =$                        $=$

## 4. Aufgabe: Erläutere folgende Potenzen, indem du ihren Wert bestimmst (schreibe ausführlich) und vergleichst!

$(2^3)^4 =$

$(2^4)^3 =$

$2^{3^4} =$

# Potenzgesetze – Blatt 2

## 1. Aufgabe: Schreibe wie im Beispiel angegeben!

*Beispiel:*  $2^2 * 2^3 = 2*2 * 2*2*2 = 2^5$

a)  $3^5 * 3^4 =$   $=$   $5^4 * 5^3 =$   $=$

*Lass jetzt den Zwischenschritt weg!*

b)  $5^6 * 5^7 =$   $10^7 * 10^8 =$   $a^3 * a^4 =$

c)  $x^n * x^m =$  - dieses Ergebnis ist das 1. Potenzgesetz !

Notiere jetzt unter der Überschrift *Potenzgesetze* dein Ergebnis im Merkteil deines Hefters in folgender Form: **1. Für alle reellen Zahlen  $x$  und alle natürlichen Zahlen  $m$  und  $n$  größer Null gilt:** „dein Ergebnis“

## 2. Aufgabe: Rechne wie im Beispiel angegeben!

*Beispiel:*  $\frac{5^7}{5^5} = \frac{5*5*5*5*5*5*5}{5*5*5*5*5} = 5^2 = 25$

a)  $\frac{3^6}{3^3} =$   $=$   $=$   $\frac{2,5^5}{2,5^3} =$   $=$   $=$

*Lass jetzt den ersten Zwischenschritt und das Ergebnis weg!*

b)  $\frac{2^{13}}{2^7} =$   $\frac{10^8}{10^5} =$   $\frac{b^6}{b^4} =$

c)  $\frac{x^n}{x^m} =$  - dieses Ergebnis ist das 2. Potenzgesetz !

Notiere jetzt das 2. Potenzgesetz im Merkteil deines Hefters in folgender Form:  
**2. Für alle reelle Zahlen  $x$  ungleich Null und alle natürliche Zahlen  $n, m$  größer Null, wobei  $n$  größer als  $m$  sein soll, gilt:** „dein Ergebnis“

Warum muss hier  $x \neq 0$  gelten? .....

Warum soll jetzt  $n > m$  sein ? .....

# Potenzgesetze – Blatt 3

## 1. Aufgabe: Berechne und vergleiche!

$$\text{a) } 2^2 * 3^2 = \quad = \quad (2 * 3)^2 = \quad =$$

$$\text{Vergleich: } 2^2 * 3^2 \quad (2 * 3)^2$$

$$\text{b) } 2^4 * 5^4 = \quad = \quad (2 * 5)^4 =$$

$$\text{Vergleich: } 2^4 * 5^4 \quad (2 * 5)^4$$

c) Formuliere deine Erkenntnis, indem du folgende Gleichung ergänzt:

$$x^n * y^n = \quad - \text{ dieses ist das 3. Potenzgesetz}$$

Notiere das 3. Potenzgesetz im Merkteil deines Hefters wie folgt:

**3. Für alle reelle Zahlen  $x$  und  $y$  und alle natürliche Zahlen  $n > 0$  gilt:** „dein Ergebnis“

## 2. Aufgabe: Berechne und vergleiche!

$$\text{a) } \frac{6^2}{2^2} = \quad = \quad \left(\frac{6}{2}\right)^2 =$$

$$\text{Vergleich: } \frac{6^2}{2^2} \quad \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

b) Formuliere dein Ergebnis mit den Variablen  $x$  und  $y$ :

Notiere das 4. Potenzgesetz im Merkteil deines Hefters; beachte dabei eine Einschränkung für die Variable  $y$ !

## 3. Aufgabe: Schreibe wie im Beispiel angegeben!

$$\text{Beispiel: } (5^2)^3 = 5^2 * 5^2 * 5^2 = 5 * 5 * 5 * 5 * 5 * 5 = 5^6$$

$$\text{a) } (4^3)^4 = \quad = \quad =$$

**Schreibe jetzt kürzer!**

$$\text{b) } (2^7)^4 = \quad (7^5)^{12} = \quad (a^6)^9 =$$

Notiere das 5. Potenzgesetz in der Form: **5. Für alle  $x \in \mathbf{R}$  und  $m, n \in \mathbf{N}$  mit  $m, n \neq 0$  gilt:**

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

# Potenzgesetze – Blatt 4

## 1. Aufgabe: Vereinfache! Nutze die Potenzgesetze!

$$a) a^3 b^2 a^2 b a b^3 = \quad cd^2 d c^3 d^3 = \quad m^2 n * 3 n^3 m^2 =$$

$$b) 3f^4 g^7 * 4efg * 0,5f^3 e^7 = \quad \frac{2xyz * 7x^4 y^7 z^2}{14x^2 y^5 z} =$$

$$c) (a-b)^2 * (a-b)^5 = \quad (x+y)^6 : (x+y)^4 =$$

$$d) 7d^3 - 4d^3 = \quad 5aba + 2a^2b = \quad 3h^2h + (-2)h^3 =$$

$$e) 12s^7 : s^2 - 33s^6 : 3s = \quad (a^6 b^5) : b^2 + a^6 b^3 =$$

## 2. Aufgabe: Rechne ohne Taschenrechner – verwende das 3. und 4. Potenzgesetz!

$$a) 2^3 * 5^3 = \quad = \quad 3^2 * 3^2 = \quad =$$

$$b) -4^2 * 25^2 = \quad = \quad (-4)^2 * 25^2 = \quad =$$

$$c) 6^2 : 2^2 = \quad = \quad \frac{1,25^3}{0,25^3} = \quad = \quad \left(-\frac{2}{15}\right)^3 * 30^3 =$$

## 3. Aufgabe: Vereinfache mit Hilfe einer Klammer!

$$a) a^3 * b^3 * c^3 = \quad 2x^2 * 3y^2 = \quad \frac{(8af)^4}{(4ag)^4} =$$

$$b) 3^4 + 2 * 3^4 = \quad = \quad 2^{14} + 2^{13} = \quad =$$

## 4. Aufgabe : Wende das 5. Potenzgesetz an!

$$a) (2x^2)^3 = \quad 2(x^2)^3 = \quad \left(\left(\left((2)^2\right)^3\right)^4\right)^5 =$$

## 5. Aufgabe: Schreibe als Potenz mit der Basis 2 bzw. 3 !

$$a) 8^3 = \quad 64^2 = \quad 0,25^3 = \quad \frac{32^4}{4^{10}} =$$

$$b) 27^2 = \quad 81^3 = \quad 9^2 * 9^3 = \quad \frac{27^3}{9^2 * 3^5} =$$

Hinweis zu Aufgabe 3b: Ausklammern!

# Potenzgesetze – Blatt 5

## 1. Aufgabe: Vereinfache folgende Terme so weit wie möglich!

$$\text{a) } \frac{(x^2 - 16)^n}{(x - 4)^n} = \quad =$$

$$\text{b) } \frac{(a^2 - 49)^m}{(a + 7)^m} = \quad =$$

$$\text{c) } \frac{(4x^2 + 12x + 9)^7}{((2x + 3)^2)^7} = \quad =$$

$$\text{d) } \frac{[(x - y)(x + y)]^5}{(x^2 - y^2)^5} = \quad =$$

## 2. Aufgabe: Im folgenden Teil soll geklärt werden, welche Bedeutung negative Exponenten der Form $a^{-n}$ (z.B. $5^{-7}$ ) haben. Lies gründlich!!!

Welche Bedeutung könnte  $2^{-3}$  haben? Stelle eine Vermutung auf, ohne den unteren Teil zu lesen!

$$\text{Vermutung: } 2^{-3} =$$

Schreibe ausführlich und kürze:  $\frac{2^4}{2^7} = \quad =$

Wende jetzt formal das 2. Potenzgesetz an:  $\frac{2^4}{2^7} =$

Vergleiche die Ergebnisse:

\_\_\_\_\_

Schreibe ausführlich und kürze:  $\frac{a^4}{a^6} = \quad =$

Wende jetzt das 2. Potenzgesetz an:  $\frac{a^4}{a^6} =$

Vergleiche die Ergebnisse:

\_\_\_\_\_

Notiere im Merkteil deines Hefters: **6. Für negative Exponenten gilt:**  $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$  wobei  $x \neq 0$

Überprüfe deine Vermutung !

# Potenzgesetze – Blatt 6

**1. Aufgabe:** Welche Bedeutung hat demnach (siehe letztes Blatt) der Term  $\frac{1}{x^{-n}}$  ?

Dazu erst einige Übungen:

$$\text{a) } 2^{-3} = \quad 5^{-2} = \quad a^{-3} = \quad x^{-n} =$$

Deshalb gilt folgendes:

$$\frac{1}{x^{-n}} = \frac{1}{\frac{1}{x^n}} = x^n \quad \text{Ergänze im Merkteil bei 6.: „bzw.: } \frac{1}{x^{-n}} = x^n \text{“}$$

**2. Aufgabe:** Jetzt muss noch überprüft werden, ob die gefundene Definition für  $x^{-n}$  mit den Potenzgesetzen vereinbar ist!

**1. Potenzgesetz:** ausführlich:  $a^{-3} * a^{-4} = \frac{1}{a^3} * \frac{1}{a^4} = \frac{1}{a^{3+4}} = \frac{1}{a^7} = a^{-7}$

mit dem Potenzgesetz:  $a^{-3} * a^{-4} = a^{-3+(-4)} = a^{-7}$

Bearbeite die anderen Potenzgesetze entsprechend! Nimm unterschiedliche Beispiele !

**2. Potenzgesetz:**

**3. Potenzgesetz:**

**4. Potenzgesetz:**

**5. Potenzgesetz:**

Notiere im Merkteil deines Hefters: **Die Potenzgesetze gelten auch für negative Exponenten**

# Potenzgesetze – Blatt 7

**1. Aufgabe: Vereinfache! Wende die Potenzgesetze an und gib das Ergebnis mit positiven Exponenten an!**

$$a) \frac{a^5}{a^{-3}} = \quad \frac{a^n}{a^{-n}} = \quad \frac{a^2 b^4}{a^{-3} b^2} =$$

$$b) \left(\frac{x}{y}\right)^{-5} = \quad x^2 * x^6 * x^{-10} =$$

$$c) (x^2 * x)^7 * x^{-20} = \quad a^{2m} * a^{-m+2} * a^{-m-1} =$$

$$d) (a+b)^{x-y} * (a+b)^{y-x+1} = \quad \left(\left((a^3)^{-2}\right)^4\right)^{-5} =$$

$$e) \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} * \left(\frac{4}{9}\right)^{-2} = \quad \left(\frac{a^2}{a^{-4}}\right)^5 * \left(\frac{a^{-3}}{a^3}\right)^5 =$$

**2. Aufgabe: Jetzt soll untersucht werden, welchen Wert der Term  $x^0$  (z.B.:  $5^0$ ) haben muss!**

1. Überlegung – mit dem 2. Potenzgesetz:

$$a) \text{ ausführlich: } \frac{4^3}{4^3} = \frac{4 * 4 * 4 * 4}{4 * 4 * 4 * 4} = 1$$

$$b) \text{ mit dem 2. Potenzgesetz: } \frac{4^3}{4^3} = 4^{3-3} = 4^0$$

$$c) \text{ Vergleich: } 4^0 = 1 \quad \textbf{Ergebnis: } x^0 = 1$$

2. Überlegung – mit dem 1. Potenzgesetz:

$$a) \text{ mit dem 1. Potenzgesetz: } a^0 * a^3 = a^{0+3} = a^3$$

$$b) \text{ ausführlich: } a^0 * a^3 = ? * a * a * a = ? * a^3$$

$$c) \text{ Vergleich: nur bei } ? = 1 \text{ ergibt sich } a^3 = ? * a^3 = 1 * a^3 \quad \textbf{Ergebnis: } x^0 = 1$$

3. Überlegung: Welcher Wert kann dem Term  $0^0$  zugewiesen werden ?

aus  $4^0 = 1; 3^0 = 1; 2^0 = 1; 1^0 = 1; 0^0 = ?; (-1)^0 = 1; \dots$  würde sich der Wert **1** ergeben!

aus  $0^4 = 0; 0^3 = 0; 0^2 = 0; 0^1 = 0; 0^0 = ?$  würde sich der Wert **0** ergeben!

**Ergebnis: für  $0^0$  wird kein Wert festgelegt !**

Notiere jetzt im Hefter: **7. für alle reelle Zahlen  $x \neq 0$  gilt:  $x^0 = 1$**



# Potenzgesetze – Blatt 8

**1. Aufgabe:** Vereinfache bzw. berechne ! Wende die Potenzgesetze an !

$$a) \frac{a^4 * a^3}{a^7} =$$

$$\frac{2^4}{2^0} =$$

$$b) \frac{2^0}{2^4} =$$

$$(a + b)^{m-n} * (a + b)^{n-m} =$$

$$c) \left( \left( (2^3)^4 \right)^0 \right)^5 =$$

$$\frac{(a^2 + 6a + 9)^2 * (2x - 9)^{11}}{(a + 3)^2 * (2x - 9)^{11}} =$$

**2. Aufgabe:** Bestimme folgende Wurzeln ohne Taschenrechner !

$$a) \sqrt[3]{8} =$$

$$\sqrt[5]{32} =$$

$$\sqrt[4]{81} =$$

$$\sqrt[3]{125} =$$

**3. Aufgabe:** Schreibe als  $\sqrt[3]{?}$  !

$$a) 3 =$$

$$\frac{1}{2} =$$

$$1,3 =$$

$$a =$$

**4. Aufgabe:** Jetzt soll untersucht werden, ob auch Potenzen mit rationalen Exponenten der Form  $a^{\frac{m}{n}}$  (z.B.:  $3^{\frac{1}{2}}$ ) existieren, was sie bedeuten und ob die Potenzgesetze gelten!

Die erste Aufgabe von 2.a) liefert eine Idee wie folgt:  $\sqrt[3]{8} = 2 = \sqrt[3]{2^3} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1 = 2$ , also wäre für  $\sqrt[3]{x}$  die Schreibweise  $x^{\frac{1}{3}}$  sinnvoll !

a) Berechne (letzte Aufgabe mit dem TR und der  $y^x$ -Taste) und vergleiche !

$$\sqrt[4]{16} * 16^2 =$$

$$2^9 =$$

$$16^{2,25} =$$

Vergleich:

**Betrachte genau – durchdenke jeden einzelnen Schritt gründlich:**

$$\sqrt[4]{16} * 16^2 = (2^4)^{\frac{1}{4}} * (2^4)^2 = 2^{4 * \frac{1}{4}} * 2^8 = 2^1 * 2^8 = 2^9 = 2^{4 * 2,25} = (2^4)^{2,25} = 16^{2,25}$$

b) Berechne, bzw. wende das 5. Potenzgesetz an und vergleiche !

$$\left( \sqrt[3]{2^3} \right)^2 =$$

$$\left( \left( 2^3 \right)^{\frac{1}{3}} \right)^2 =$$

$$=$$

Vergleich:

**Auch hier ergibt sich, dass die oben gefundene Schreibweise sinnvoll ist!**

# Potenzgesetze – Blatt 9

Notiere jetzt im Merkteil:

**Potenzgesetze gelten auch für rationale Exponenten – dabei gilt:**

8.  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$  für  $a \in \mathbb{R}, a \geq 0$

## 1. Aufgabe: Schreibe mit Wurzeln !

a)  $7^{\frac{4}{3}} =$                        $4^{\frac{11}{33}} =$                        $b^{\frac{5}{6}} =$

## 2. Aufgabe: Schreibe als Potenz !

a)  $\sqrt[3]{5^6} =$                        $(\sqrt[5]{7})^4 =$                        $\sqrt[7]{x^3} =$

## 3. Aufgabe: Berechne ohne Taschenrechner !

a)  $27^{\frac{1}{3}} =$                        $125^{\frac{1}{3}} =$                        $343^{\frac{1}{3}} =$                        $243^{\frac{1}{5}} =$

## 4. Aufgabe: Vereinfache !

a)  $(32 * 243)^{\frac{2}{5}} =$                        $=$                        $\sqrt[4]{3} * 3^{\frac{3}{4}} =$

b)  $\frac{0,5^{\frac{1}{5}}}{0,5^{\frac{-4}{5}}} =$                        $\left( \left( \sqrt[3]{\left( \sqrt{\left( a^2 \right)^{\frac{6}{5}}} \right)^{\frac{10}{4}}} \right)^2 \right) =$

## 5. Aufgabe: Bestimme x !

a)  $2^x * 2^3 = 32$                        $x =$                        $\frac{a^7}{a^x} = a^3$                        $x =$                        $(4^x)^3 = 2^{24}$                        $x =$

b)  $\left( \left( \left( \left( \sqrt{(9)^2} \right)^{\frac{1}{4}} \right)^2 \right)^x \right) = 3^2$                        $x =$                        $\left( (3^2)^x \right)^6 = 27$                        $x =$

c)  $(3a)^2 * x^2 = 36a^2$                        $x =$                        $x^2 + x^2 + x^2 + x^2 + x^2 = 125$                        $x =$

d)  $x^{-4} : a^{-1} = a^{-3}$                        $x =$                        $\frac{x^4}{(4a)^4} = 81$                        $x =$

# Potenzgesetze – Blatt 10

*Dieses ist das letzte Blatt vor dem Test, den du in der nächsten Unterrichtsstunde bearbeiten solltest. Für den Test hast du 45 Minuten Zeit. Du solltest darauf achten, dass du dazu deinen Taschenrechner und für den Fall, dass du noch nicht alle Potenzgesetze im Kopf hast, auch das Tafelwerk griffbereit hast. Gib dir bei diesem Blatt nochmals besondere Mühe und arbeite selbständig.*

## 1. Aufgabe: Berechne !

$$a) 3^8 * 3^4 * 3^{-9} = \quad \frac{6^{10}}{6^5} : 6^3 = \quad 4^5 * 2,5^5 =$$

$$b) 4 * 4^2 * 25^3 = \quad \frac{13^3}{6,5^3} = \quad 8^{\frac{1}{3}} =$$

$$c) (2^2)^3 * (2^6)^0 * 2^{-4} = \quad \left( \left( (5^2)^{\frac{1}{6}} \right)^{-3} \right)^{-1} =$$

## 2. Aufgabe: Schreibe als Zehnerpotenz bzw. ausführlich !

$$a) 124000 = \quad 340500 = \quad 0,0056 = \quad 0,00000333 =$$

$$b) 5,5 * 10^5 = \quad 3,25 * 10^{-2} =$$

## 3. Aufgabe: Vereinfache so weit wie möglich !

$$a) \frac{6^{x-2}}{6^{2-x}} = \quad (x^{n+1} * x^{n-1})^2 =$$

$$b) \frac{(2a+2)^2}{(a+1)^2} = \quad \left( \frac{10x+5}{a+3} \right)^3 * \left( \frac{a^2-9}{a-3} \right)^3 * \left( \frac{4}{20x+10} \right)^3 =$$

$$c) \frac{7^5 + 7^4}{7^4 + 7^3} = \quad \left( \left( \frac{x^3}{x^2} \right)^3 \right)^2 =$$

## 4. Aufgabe: Bestimme x !

$$a) 7^x * 7^4 = 7^{15} \quad x = \quad \frac{a^3}{a^x} = a^6 \quad x = \quad \left( (3^x)^2 \right)^6 = 27 \quad x =$$

$$b) (3a)^{2*x^2} = 36a^2 \quad x_1 = \quad x_2 = \quad x^2 + x^2 + x^2 + x^2 = 100 \quad x =$$



***und feddich ! Bereite dich auf den Test in der nächsten Stunde vor!***

Hinweis 3b: ausklammern / Binomische Formeln

# Potenzgesetze – Blatt 1 - Lösungen

Du musst in diesem Unterrichtsabschnitt innerhalb von 10 Unterrichtsstunden 10 Arbeitsblätter bearbeiten und danach (spätestens in der 11. Unterrichtsstunde) einen einstündigen Test schreiben. Wenn du vor der 11. Unterrichtsstunde damit fertig bist, kannst du Zusatzblätter bearbeiten, deren Benotung auf freiwilliger Basis erfolgt. In dieser Arbeitsphase halte dich an folgende **Regeln**:

1. *arbeite möglichst selbständig*
2. *lies Hinweise am Blattende nur, wenn du Aufgaben nicht lösen kannst*
3. *wenn du trotz der Hinweise zu keiner Lösung kommst, lass dir vom Lehrer helfen*
4. *kontrolliere deine Lösungen – vergleiche mit dem Lösungsblatt*
5. *lass dir vom Lehrer das nächste Arbeitsblatt geben*

## 1. Aufgabe: Berechne ohne Taschenrechner!

a)  $0,7^2 = 0,49$        $0,3^3 = 0,027$        $1,1^2 = 1,21$        $2,5^2 = 6,25$

b)  $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$        $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$        $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$        $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$

c)  $2,56 * 10^2 = 256$        $3,34 * 10^3 = 3340$        $0,045 * 10^3 = 45$

## 2. Aufgabe: Schreibe als Potenz und berechne das Ergebnis!

a)  $5 * 5 * 5 * 5 = 5^4 = 625$        $(-3)*(-3)*(-3)*(-3) = 3^4 = 81$

b)  $\frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$        $(-10)*(-10)*(-10) = (-10)^3 = -1000$

## 3. Aufgabe: Schreibe als Potenz – gib zwei Möglichkeiten an! (Exponent $\neq 1$ )

a)  $16 = 4^2 = 2^4$        $81 = 9^2 = 3^4$        $625 = 25^2 = 5^4$

b)  $10000 = 100^2 = 10^4$        $0,0625 = 0,25^2 = 0,5^4$

## 4. Aufgabe: Erläutere folgende Potenzen, indem du ihren Wert bestimmst (schreibe ausführlich) und vergleichst!

$$(2^3)^4 = 2^{12} = 4096$$

$$(2^4)^3 = 2^{12} = 4096$$

$$2^{3^4} = 2^{81} = 2,417851639 * 10^{24} \text{ Ergebnisse der ersten beiden Aufg. stimmen überein!}$$

# Potenzgesetze – Blatt 2 - Lösungen

## 1. Aufgabe: Schreibe wie im Beispiel angegeben!

*Beispiel:*  $2^2 * 2^3 = 2*2 * 2*2*2 = 2^5$

a)  $3^5 * 3^4 = 3*3*3*3*3*3*3*3*3 = 3^9$        $5^4 * 5^3 = 5*5*5*5*5*5*5 = 5^7$

*Lass jetzt den Zwischenschritt weg!*

b)  $5^6 * 5^7 = 5^{13}$        $10^7 * 10^8 = 10^{15}$        $a^3 * a^4 = a^7$

c)  $x^n * x^m = x^{n+m}$       - dieses Ergebnis ist das 1. Potenzgesetz !

Notiere jetzt unter der Überschrift **Potenzgesetze** dein Ergebnis im Merkteil deines Hefters in folgender Form: **1. Für alle reellen Zahlen x und alle natürlichen Zahlen m und n größer Null gilt:** „dein Ergebnis“

## 2. Aufgabe: Rechne wie im Beispiel angegeben!

*Beispiel:*  $\frac{5^7}{5^5} = \frac{5*5*5*5*5*5*5}{5*5*5*5*5} = 5^2 = 25$

a)  $\frac{3^6}{3^3} = \frac{3*3*3*3*3*3}{3*3*3} = 3^3 = 27$        $\frac{2,5^5}{2,5^3} = \frac{2,5*2,5*2,5*2,5*2,5}{2,5*2,5*2,5} = 2,5^2 = 6,25$

*Lass jetzt den ersten Zwischenschritt und das Ergebnis weg!*

b)  $\frac{2^{13}}{2^7} = 2^6 = 64$        $\frac{10^8}{10^5} = 10^3 = 1000$        $\frac{b^6}{b^4} = b^2$

c)  $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$       - dieses Ergebnis ist das 2. Potenzgesetz !

Notiere jetzt das 2. Potenzgesetz im Merkteil deines Hefters in folgender Form:  
**2. Für alle reelle Zahlen x ungleich Null und alle natürliche Zahlen n, m größer Null, wobei n größer als m sein soll, gilt:** „dein Ergebnis“

**Warum muss hier  $x \neq 0$  gelten?** Division durch Null ist nicht definiert !

**Warum soll jetzt  $n > m$  sein ?** Der Exponent würde negativ werden !

# Potenzgesetze – Blatt 3 - Lösungen

## 1. Aufgabe: Berechne und vergleiche!

$$\text{a) } 2^2 * 3^2 = 4 * 9 = 36 \quad (2 * 3)^2 = 6^2 = 36$$

$$\text{Vergleich: } 2^2 * 3^2 = (2 * 3)^2$$

$$\text{b) } 2^4 * 5^4 = 16 * 625 = 10000 \quad (2 * 5)^4 = 10^4 = 10000$$

$$\text{Vergleich: } 2^4 * 5^4 = (2 * 5)^4$$

c) Formuliere deine Erkenntnis, indem du folgende Gleichung ergänzt:

$$x^n * y^n = (x * y)^n \quad - \text{ dieses ist das 3. Potenzgesetz}$$

Notiere das 3. Potenzgesetz im Merkteil deines Hefters wie folgt:

**3. Für alle reelle Zahlen  $x$  und  $y$  und alle natürliche Zahlen  $n > 0$  gilt:** „dein Ergebnis“

## 2. Aufgabe: Berechne und vergleiche!

$$\text{a) } \frac{6^2}{2^2} = \frac{36}{4} = 9 \quad \left(\frac{6}{2}\right)^2 = 3^2 = 9$$

$$\text{Vergleich: } \frac{6^2}{2^2} = \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

b) Formuliere dein Ergebnis mit den Variablen  $x$  und  $y$ :

Notiere das 4. Potenzgesetz im Merkteil deines Hefters; beachte dabei eine Einschränkung für die Variable  $y$ !

## 3. Aufgabe: Schreibe wie im Beispiel angeben!

$$\text{Beispiel: } (5^2)^3 = 5^2 * 5^2 * 5^2 = 5 * 5 * 5 * 5 * 5 * 5 = 5^6$$

$$\text{a) } (4^3)^4 = 4^3 * 4^3 * 4^3 = 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 * 4 = 4^{12}$$

**Schreibe jetzt kürzer!**

$$\text{b) } (2^7)^4 = 2^{28} \quad (7^5)^{12} = 7^{60} \quad (a^6)^9 = a^{54}$$

Notiere das 5. Potenzgesetz in der Form: **5. Für alle  $x \in \mathbf{R}$  und  $m, n \in \mathbf{N}$  mit  $m, n \neq 0$  gilt:**

$$(x^m)^n = x^{mn}$$

# Potenzgesetze – Blatt 4 - Lösungen

## 1. Aufgabe: Vereinfache! Nutze die Potenzgesetze!

$$a) a^3 b^2 a^2 b a b^3 = a^6 b^6 \quad cd^2 d c^3 d^3 = c^4 d^7 \quad m^2 n * 3 n^3 m^2 = 3 m^4 n^4$$

$$b) 3 f^4 g^7 * 4 e f g * 0,5 f^3 e^7 = 1,5 e^8 f^8 g^8 \quad \frac{2xyz * 7x^4 y^7 z^2}{14x^2 y^5 z} = x^3 y^3 z^2$$

$$c) (a-b)^2 * (a-b)^5 = (a-b)^7 \quad (x+y)^6 : (x+y)^4 = (x+y)^2$$

$$d) 7d^3 - 4d^3 = 3d^3 \quad 5aba + 2a^2b = 7a^2b \quad 3h^2h + (-2)h^3 = h^3$$

$$e) 12s^7 : s^2 - 33s^6 : 3s = s^5 \quad (a^6 b^5) : b^2 + a^6 b^3 = 2a^6 b^3$$

## 2. Aufgabe: Rechne ohne Taschenrechner – verwende das 3. und 4. Potenzgesetz!

$$a) 2^3 * 5^3 = 10^3 = 1000 \quad 3^2 * 3^2 = 9^2 = 81$$

$$b) -4^2 * 25^2 = -100^2 = -10000 \quad (-4)^2 * 25^2 = (-100)^2 = 10000$$

$$c) 6^2 : 2^2 = 3^2 = 9 \quad \frac{1,25^3}{0,25^3} = 5^3 = 125 \quad \left(-\frac{2}{15}\right)^3 * 30^3 = (-4)^3 = -64$$

## 3. Aufgabe: Vereinfache mit Hilfe einer Klammer!

$$a) a^3 * b^3 * c^3 = (a * b * c)^3 \quad 2x^2 * 3y^2 = 6(xy)^2 \quad \frac{(8af)^4}{(4ag)^4} = 16 \left(\frac{f}{g}\right)^4$$

$$b) 3^4 + 2 * 3^4 = 3^4(1+2) = 3^5 \quad 2^{14} + 2^{13} = 2^{13}(2+1) = 3 * 2^{13}$$

## 4. Aufgabe : Wende das 5. Potenzgesetz an!

$$a) (2x^2)^3 = 8x^6 \quad 2(x^2)^3 = 2x^6 \quad \left(\left(\left(2\right)^2\right)^3\right)^4 = 2^{120}$$

## 5. Aufgabe: Schreibe als Potenz mit der Basis 2 bzw. 3 !

$$a) 8^3 = 2^9 \quad 64^2 = 2^{12} \quad 0,25^3 = \frac{1}{2^6} \quad \frac{32^4}{4^{10}} = 2^0 = 1$$

$$b) 27^2 = 3^6 \quad 81^3 = 3^{12} \quad 9^2 * 9^3 = 3^{10} \quad \frac{27^3}{9^2 * 3^5} = 3^0 = 1$$

# Potenzgesetze – Blatt 5 - Lösungen

## 1. Aufgabe: Vereinfache folgende Terme so weit wie möglich!

$$a) \frac{(x^2 - 16)^n}{(x - 4)^n} = \left( \frac{(x + 4)(x - 4)}{(x - 4)} \right)^n = (x + 4)^n$$

$$b) \frac{(a^2 - 49)^m}{(a + 7)^m} = \left( \frac{(a + 7)(a - 7)}{a + 7} \right)^m = (a - 7)^m$$

$$c) \frac{(4x^2 + 12x + 9)^7}{((2x + 3)^2)^7} = \left( \frac{(2x + 3)^2}{(2x + 3)^2} \right)^7 = 1$$

$$d) \frac{[(x - y)(x + y)]^5}{(x^2 - y^2)^5} = \left( \frac{x^2 - y^2}{x^2 - y^2} \right)^5 = 1$$

## 2. Aufgabe: Im folgenden Teil soll geklärt werden, welche Bedeutung negative Exponenten der Form $a^{-n}$ (z.B. $5^{-7}$ ) haben. Lies gründlich!!!

Welche Bedeutung könnte  $2^{-3}$  haben? Stelle eine Vermutung auf, ohne den unteren Teil zu lesen!

$$\text{Vermutung: } 2^{-3} =$$

Schreibe ausführlich und kürze: 
$$\frac{2^4}{2^7} = \frac{2 * 2 * 2 * 2}{2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2} = \frac{1}{2^3}$$

Wende jetzt formal das 2. Potenzgesetz an: 
$$\frac{2^4}{2^7} = 2^{-3}$$

Vergleiche die Ergebnisse: 
$$\frac{1}{2^3} = 2^{-3}$$

Schreibe ausführlich und kürze: 
$$\frac{a^4}{a^6} = \frac{a * a * a * a}{a * a * a * a * a * a} = \frac{1}{a^2}$$

Wende jetzt das 2. Potenzgesetz an: 
$$\frac{a^4}{a^6} = a^{-2}$$

Vergleiche die Ergebnisse: 
$$\frac{1}{a^2} = a^{-2}$$

Notiere im Merkteil deines Hefters: **6. Für negative Exponenten gilt:**  $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$  wobei  $x \neq 0$

Überprüfe deine Vermutung !



# Potenzgesetze – Blatt 6 - Lösungen

**1. Aufgabe:** Welche Bedeutung hat demnach (siehe letztes Blatt) der Term  $\frac{1}{x^{-n}}$  ?

Dazu erst einige Übungen:

$$\text{a) } 2^{-3} = \frac{1}{2^3} \qquad 5^{-2} = \frac{1}{5^2} \qquad a^{-3} = \frac{1}{a^3} \qquad x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

Deshalb gilt folgendes:

$$\frac{1}{x^{-n}} = \frac{1}{\frac{1}{x^n}} = x^n \quad \text{Ergänze im Merkteil bei 6.: „bzw.: } \frac{1}{x^{-n}} = x^n \text{“}$$

**2. Aufgabe:** Jetzt muss noch überprüft werden, ob die gefundene Definition für  $x^{-n}$  mit den Potenzgesetzen vereinbar ist!

**1. Potenzgesetz:** ausführlich:  $a^{-3} * a^{-4} = \frac{1}{a^3} * \frac{1}{a^4} = \frac{1}{a^{3+4}} = \frac{1}{a^7} = a^{-7}$

mit dem Potenzgesetz:  $a^{-3} * a^{-4} = a^{-3+(-4)} = a^{-7}$

Bearbeite die anderen Potenzgesetze entsprechend! Nimm unterschiedliche Beispiele !

**2. Potenzgesetz:**

*Zeige deine Beispiele dem Lehrer !*

**3. Potenzgesetz:**

**4. Potenzgesetz:**

**5. Potenzgesetz:**

Notiere im Merkteil deines Hefters: **Die Potenzgesetze gelten auch für negative Exponenten**

# Potenzgesetze – Blatt 7 - Lösungen

**1. Aufgabe:** Vereinfache! Wende die Potenzgesetze an und gib das Ergebnis mit positiven Exponenten an!

$$a) \frac{a^5}{a^{-3}} = a^8 \quad \frac{a^n}{a^{-n}} = a^{2n} \quad \frac{a^2 b^4}{a^{-3} b^2} = a^5 b^2$$

$$b) \left(\frac{x}{y}\right)^{-5} = \left(\frac{y}{x}\right)^5 \quad x^2 * x^6 * x^{-10} = \frac{1}{x^2}$$

$$c) (x^2 * x)^7 * x^{-20} = x \quad a^{2m} * a^{-m+2} * a^{-m-1} = a$$

$$d) (a+b)^{x-y} * (a+b)^{y-x+1} = a+b \quad \left(\left((a^3)^{-2}\right)^4\right)^{-5} = a^{120}$$

$$e) \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} * \left(\frac{4}{9}\right)^{-2} = 9^2 = 81 \quad \left(\frac{a^2}{a^{-4}}\right)^5 * \left(\frac{a^{-3}}{a^3}\right)^5 = 1$$

**2. Aufgabe:** Jetzt soll untersucht werden, welchen Wert der Term  $x^0$  (z.B.:  $5^0$ ) haben muss!

1. Überlegung – mit dem 2. Potenzgesetz:

$$a) \text{ ausführlich: } \frac{4^3}{4^3} = \frac{4 * 4 * 4 * 4}{4 * 4 * 4 * 4} = 1$$

$$b) \text{ mit dem 2. Potenzgesetz: } \frac{4^3}{4^3} = 4^{3-3} = 4^0$$

$$c) \text{ Vergleich: } 4^0 = 1 \quad \text{Ergebnis: } x^0 = 1$$

2. Überlegung – mit dem 1. Potenzgesetz:

$$a) \text{ mit dem 1. Potenzgesetz: } a^0 * a^3 = a^{0+3} = a^3$$

$$b) \text{ ausführlich: } a^0 * a^3 = ? * a * a * a = ? * a^3$$

$$c) \text{ Vergleich: nur bei } ? = 1 \text{ ergibt sich } a^3 = ? * a^3 = 1 * a^3 \quad \text{Ergebnis: } x^0 = 1$$

3. Überlegung: Welcher Wert kann dem Term  $0^0$  zugewiesen werden ?

aus  $4^0 = 1; 3^0 = 1; 2^0 = 1; 1^0 = 1; 0^0 = ?; (-1)^0 = 1; \dots$  würde sich der Wert **1** ergeben!

aus  $0^4 = 0; 0^3 = 0; 0^2 = 0; 0^1 = 0; 0^0 = ?$  würde sich der Wert **0** ergeben!

**Ergebnis: für  $0^0$  wird kein Wert festgelegt !**

Notiere jetzt im Hefter: **7. für alle reelle Zahlen  $x \neq 0$  gilt:  $x^0 = 1$**

# Potenzgesetze – Blatt 8 - Lösungen

**1. Aufgabe:** Vereinfache bzw. berechne ! Wende die Potenzgesetze an !

$$a) \frac{a^4 * a^3}{a^7} = 1 \qquad \frac{2^4}{2^0} = 2^4 = 16$$

$$b) \frac{2^0}{2^4} = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} \qquad (a+b)^{m-n} * (a+b)^{n-m} = (a+b)^0 = 1$$

$$c) \left( \left( (2^3)^4 \right)^0 \right)^5 = 2^0 = 1 \qquad \frac{(a^2 + 6a + 9)^2 * (2x - 9)^{11}}{(a + 3)^2 * (2x - 9)^{11}} = (a + 3)^2$$

**2. Aufgabe:** Bestimme folgende Wurzeln ohne Taschenrechner !

$$a) \sqrt[3]{8} = 2 \qquad \sqrt[5]{32} = 2 \qquad \sqrt[4]{81} = 3 \qquad \sqrt[3]{125} = 5$$

**3. Aufgabe:** Schreibe als  $\sqrt[3]{?}$  !

$$a) 3 = \sqrt[3]{27} \qquad \frac{1}{2} = \sqrt[3]{\frac{1}{8}} \qquad 1,3 = \sqrt[3]{(1,3)^3} \qquad a = \sqrt[3]{a^3}$$

**4. Aufgabe:** Jetzt soll untersucht werden, ob auch Potenzen mit rationalen Exponenten der Form  $a^{\frac{m}{n}}$  (z.B.:  $3^{\frac{1}{2}}$ ) existieren, was sie bedeuten und ob die Potenzgesetze gelten!

Die erste Aufgabe von 2.a) liefert eine Idee wie folgt:  $\sqrt[3]{8} = 2 = \sqrt[3]{2^3} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1 = 2$ , also wäre für  $\sqrt[3]{x}$  die Schreibweise  $x^{\frac{1}{3}}$  sinnvoll !

c) Berechne (letzte Aufgabe mit dem TR und der  $y^x$ -Taste) und vergleiche !

$$\sqrt[4]{16} * 16^2 = 2 * 256 = 512 \qquad 2^9 = 512 \qquad 16^{2,25} = 512$$

Vergleich: alle gleich

**Betrachte genau – durchdenke jeden einzelnen Schritt gründlich:**

$$\sqrt[4]{16} * 16^2 = (2^4)^{\frac{1}{4}} * (2^4)^2 = 2^{4 * \frac{1}{4}} * 2^8 = 2^1 * 2^8 = 2^9 = 2^{4 * 2,25} = (2^4)^{2,25} = 16^{2,25}$$

d) Berechne, bzw. wende das 5. Potenzgesetz an und vergleiche !

$$\left( \sqrt[3]{2^3} \right)^2 = 4 \qquad \left( (2^3)^{\frac{1}{3}} \right)^2 = 2^{3 * \frac{1}{3} * 2} = 2^2 = 4$$

$$\text{Vergleich: } \left( \sqrt[3]{2^3} \right)^2 = \left( (2^3)^{\frac{1}{3}} \right)^2$$

**Auch hier ergibt sich, dass die oben gefundene Schreibweise sinnvoll ist!**

# Potenzgesetze – Blatt 9 - Lösungen

Notiere jetzt im Merkteil:

*Potenzgesetze gelten auch für rationale Exponenten – dabei gilt:*

8.  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$  für  $a \in \mathbb{R}, a \geq 0$

## 1. Aufgabe: Schreibe mit Wurzeln !

a)  $7^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{7^4}$        $4^{\frac{11}{33}} = \sqrt[33]{4^{11}}$        $b^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{b^5}$

## 2. Aufgabe: Schreibe als Potenz !

a)  $\sqrt[3]{5^6} = 5^2$        $\left(\sqrt[5]{7}\right)^4 = 7^{\frac{4}{5}}$        $\sqrt[7]{x^3} = x^{\frac{3}{7}}$

## 3. Aufgabe: Berechne ohne Taschenrechner !

a)  $27^{\frac{1}{3}} = 3$        $125^{\frac{1}{3}} = 5$        $343^{\frac{1}{3}} = 7$        $243^{\frac{1}{5}} = 3$

## 4. Aufgabe: Vereinfache !

a)  $(32 * 243)^{\frac{2}{5}} = 36$        $\sqrt[4]{3} * 3^{\frac{3}{4}} = 3$

b)  $\frac{0,5^{\frac{1}{5}}}{0,5^{\frac{-4}{5}}} = 0,5$        $\left(\left(\sqrt[3]{\left(a^2\right)^{\frac{6}{5}}}\right)^{\frac{10}{4}}\right)^2 = a^4$

## 5. Aufgabe: Bestimme x !

a)  $2^x * 2^3 = 32$        $x = 2$        $\frac{a^7}{a^x} = a^3$        $x = 4$        $(4^x)^3 = 2^{24}$        $x = 4$

b)  $\left(\left(\left(\sqrt{(9)^2}\right)^{\frac{1}{4}}\right)^2\right)^x = 3^2$        $x = 2$        $\left((3^2)^x\right)^6 = 27$        $x = \frac{1}{4}$

c)  $(3a)^2 * x^2 = 36a^2$        $x = 2$        $x^2 + x^2 + x^2 + x^2 + x^2 = 125$        $x = 5$  oder  $-5$

d)  $x^{-4} : a^{-1} = a^{-3}$        $x = a$        $\frac{x^4}{(4a)^4} = 81$        $x = 12a$

# Potenzgesetze – Blatt 10 - Lösungen

*Dieses ist das letzte Blatt vor dem Test, den du in der nächsten Unterrichtsstunde bearbeiten solltest. Für den Test hast du 45 Minuten Zeit. Du solltest darauf achten, dass du dazu deinen Taschenrechner und für den Fall, dass du noch nicht alle Potenzgesetze im Kopf hast, auch das Tafelwerk griffbereit hast. Gib dir bei diesem Blatt nochmals besondere Mühe und arbeite selbständig.*

## 1. Aufgabe: Berechne !

$$\text{a) } 3^8 * 3^4 * 3^{-9} = 27 \qquad \frac{6^{10}}{6^5} : 6^3 = 36 \qquad 4^5 * 2,5^5 = 100000$$

$$\text{b) } 4 * 4^2 * 25^3 = 1000000 \qquad \frac{13^3}{6,5^3} = 8 \qquad 8^{\frac{1}{3}} = 2$$

$$\text{c) } (2^2)^3 * (2^6)^0 * 2^{-4} = 4 \qquad \left( \left( (5^2)^{\frac{1}{6}} \right)^{-3} \right)^{-1} = 5$$

## 2. Aufgabe: Schreibe als Zehnerpotenz bzw. ausführlich !

$$\text{a) } 124000 = 1,24 * 10^5 \quad 340500 = 3,405 * 10^5 \quad 0,0056 = 5,6 * 10^{-3} \quad 0,00000333 = 3,33 * 10^{-6}$$

$$\text{b) } 5,5 * 10^5 = 550000 \qquad 3,25 * 10^{-2} = 0,0325$$

## 3. Aufgabe: Vereinfache so weit wie möglich !

$$\text{a) } \frac{6^{x-2}}{6^{2-x}} = 6^{2x-4} \qquad (x^{n+1} * x^{n-1})^2 = x^{4n}$$

$$\text{b) } \frac{(2a+2)^2}{(a+1)^2} = 4 \qquad \left( \frac{10x+5}{a+3} \right)^3 * \left( \frac{a^2-9}{a-3} \right)^3 * \left( \frac{4}{20x+10} \right)^3 = 8$$

$$\text{c) } \frac{7^5 + 7^4}{7^4 + 7^3} = 7 \qquad \left( \left( \frac{x^3}{x^2} \right)^3 \right)^2 = x^6$$

## 4. Aufgabe: Bestimme x !

$$\text{a) } 7^x * 7^4 = 7^{15} \quad x = 11 \qquad \frac{a^3}{a^x} = a^6 \quad x = -3 \qquad \left( (3^x)^2 \right)^6 = 27 \quad x = \frac{1}{4}$$

$$\text{b) } (3a)^{2*x^2} = 36a^2 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -2 \qquad x^2 + x^2 + x^2 + x^2 = 100 \qquad x_1=5 \quad x_2=-5$$

Hinweis 3b: ausklammern / Binomische Formeln

# Potenzgesetze – Zusatzblatt 1

Name:

## 1. Aufgabe: Vereinfache !

$$\text{a) } (c+d)^4 * (c+d)^{-3} = \frac{4b^{-1}ff^2c^{-1}n^5}{2c^{-2}n^5ff^2b^{-1}} =$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{a}\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[9]{a^7}} = \frac{(a^2 + 2ab + b^2)^y}{((a+b)^2)^y} =$$

$$\text{c) } \left(\frac{(a-1)^{n+6}}{(a-1)^{n+5}}\right)^2 * \left(\frac{(a-1)^{p+1}}{(a-1)^p}\right)^2 =$$

$$\text{d) } \frac{(2x+2)^3}{(x+1)^3} = \frac{(9y-6)^4}{(3y-2)^4} =$$

$$\text{e) } \frac{(a^2+a)^2}{(a+1)^2} = \frac{(x^2-16)^3}{(x-4)^3 * (x+4)^2} =$$

$$\text{f) } \frac{5^{x-y+3}}{5^{y-x}} * \frac{15^{2y-3}}{3^{2y-3}} = (x^{n+1} * x^n)^2 =$$

$$\text{g) } \frac{a^{2n+1}}{b^{-3n}} * \frac{b^{-3n-5}}{a^{2n+6}} = \left(\frac{x^{n-1}}{x^{n+2}}\right)^2 =$$

$$\text{h) } \frac{(2x+4)^{n-3} * (2x+4)^{n+4}}{(x+2)^{2n+1}} : 2^{2n} =$$

$$\text{i) } \left(\frac{4-a^2}{10+5a}\right)^3 * \left(\frac{20+10a}{2-a}\right)^3 * \left(\frac{2+a}{a^2+4a+4}\right)^3 =$$

## Potenzgesetze – Zusatzblatt 2

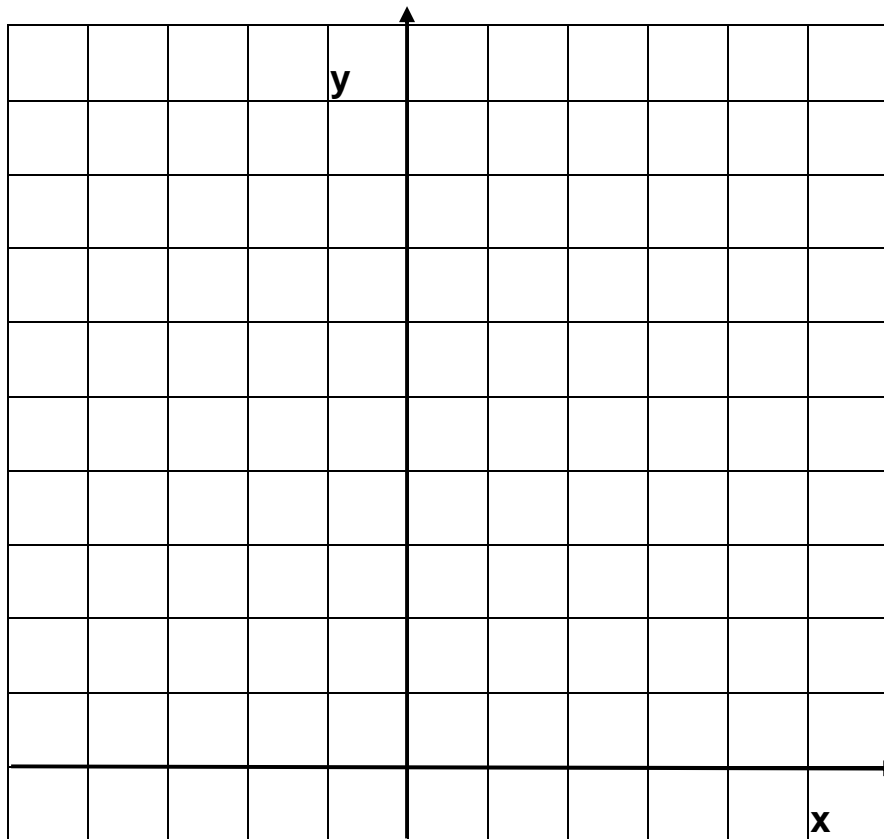
Name:

**Eine Algenkultur verdoppelt in jeder Stunde die bedeckte Fläche. Nach einer Stunde war diese 2 cm<sup>2</sup> groß.**

- a) Wie groß ist die Fläche nach einer/zwei weiteren Stunde/n ? .....
- b) Wie groß war sie vor einer/zwei Stunde/n ? .....
- c) Ergänze folgende Tabelle, wenn der Zeit (x-Werte) die bedeckte Fläche (y-Werte) zugeordnet werden !

<b>x</b>	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
<b>y</b>						2				

- d) Stelle den Zusammenhang graphisch dar !



- e) Ermittle den funktionalen Zusammenhang zwischen bedeckter Fläche y und vergangener Zeit x in Form einer Gleichung !

**y =**

- f) Ziehe mit Hilfe des ermittelten Zusammenhanges und der graphischen Darstellung eine Schlussfolgerung bezüglich der Notiz unter 7. im Merkteil deines Hefters !

**für x = 0 gilt:**

## Potenzgesetze – Zusatzblatt 3

Name:

**Quadrierregel:** „Willst du eine zweistellige Zahl quadrieren, so ziehst du von ihr ihren Abstand bis 100 ab, hängst an das Ergebnis zwei Nullen und addierst das Quadrat des Abstandes der Zahl bis 100.“

a) Mache dich mit der Regel vertraut, indem du mindestens 3 Beispiele aufzeigst.

1. Beispiel:

2. Beispiel:

3. Beispiel:

b) Wie lässt sich eine zweistellige Zahl allgemein (mit Variablen) formulieren ?

c) Begründe die o.g. Regel, indem du sie mit Variablen formulierst und dann mit bekannten Umformungsregeln (z.B. den Binomischen Formeln) umformst !



# Test 1

Name:

## 1. Aufgabe: Forme mit Hilfe der Potenzgesetze um und berechne !

$$\text{a) } 2^7 * 2^5 * 2^{-8} * 2^0 = \quad = \quad 3,2^4 * 3,2^{-5} * 3,2^3 = \quad =$$

$$\text{b) } 0,5^{\frac{1}{2}} * 8^{\frac{1}{2}} = \quad = \quad \frac{5^3 * 5^{0,25} * 5^{\frac{3}{4}} * 5^{-4}}{5^{-2}} = \quad =$$

$$\text{c) } \frac{1,2^3}{0,3^3} = \quad = \quad \left( \left( (27^4)^{\frac{3}{9}} \right)^{0,25} \right)^2 = \quad =$$

## 2. Aufgabe: Vereinfache !

$$\text{a) } \frac{(4x^2 + 12x + 9)^n}{((2x + 3)^2)^n} = \quad =$$

$$\text{b) } \frac{(3b + 6)^3}{(b + 2)^3} = \quad =$$

$$\text{c) } \left( \left( \sqrt[3]{e^5} \right)^6 \right)^{\frac{1}{2}} = \quad =$$

$$\text{d) } (x^{2n+3} * x^{1-2n})^2 = \quad =$$

## 3. Aufgabe: Schreibe als Zehnerpotenz bzw. ausführlich !

$$\text{a) } 32500 = \quad \quad 0,0056 =$$

$$\text{b) } 2,34 * 10^3 = \quad \quad 23,7 * 10^{-4} =$$

## 4. Aufgabe: Bestimme x !

$$\text{a) } 7^5 * 7^x * 7^3 = 7^{11} \quad x = \quad \quad 3^2 * 3^x * 3^3 = 9^3 \quad x =$$

$$\text{b) } \frac{a^4}{a^x} = a^6 \quad x = \quad \quad \left( (2^3)^x \right)^2 = 4 \quad x =$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{5^x} = 125 \quad x = \quad \quad \left( \left( \left( \left( \sqrt{(\sqrt{5^3})^{-2}} \right)^x \right)^{\frac{1}{3}} \right)^2 \right) = 1 \quad x =$$

**5. Aufgabe: Berechne !**

$$9 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^3 + \dots + 2 \cdot 10^7 + 1 \cdot 10^8 =$$

**6. Aufgabe: Formuliere als Term und berechne !**

Welche Zahl erhält man, wenn das Quadrat der Basis „2“ mit dem Exponenten „3“ potenziert wird ?

## Test 2

Name:

### 1. Aufgabe: Forme mit Hilfe der Potenzgesetze um und berechne !

$$a) 5^8 * 5^5 * 5^{-10} * 5^0 = \quad = \quad 4,2^4 * 4,2^{-5} * 4,2^3 = \quad =$$

$$b) 0,5^{\frac{1}{2}} * 32^{\frac{1}{2}} = \quad = \quad \frac{2^3 * 2^{0,25} * 2^{\frac{3}{4}} * 2^{-4}}{2^{-2}} = \quad =$$

$$c) \frac{1,5^3}{0,3^3} = \quad = \quad \left( \left( \left( 8^4 \right)^{\frac{3}{9}} \right)^{0,25} \right)^2 = \quad =$$

### 2. Aufgabe: Vereinfache !

$$a) \frac{(4x^2 - 12x + 9)^n}{((2x - 3)^2)^n} = \quad =$$

$$b) \frac{(4b + 8)^3}{(b + 2)^3} = \quad =$$

$$c) \left( \left( \sqrt[3]{e^4} \right)^9 \right)^{\frac{1}{3}} = \quad =$$

$$d) (x^{2n+3} * x^{2-2n})^3 = \quad =$$

### 3. Aufgabe: Schreibe als Zehnerpotenz bzw. ausführlich !

$$a) 227000 = \quad \quad \quad 0,0326 =$$

$$b) 245,4 * 10^3 = \quad \quad \quad 237,2 * 10^{-5} =$$

### 4. Aufgabe: Bestimme x !

$$a) 7^5 * 7^x * 7^4 = 7^{11} \quad x = \quad \quad \quad 2^2 * 2^x * 2^3 = 4^3 \quad x =$$

$$b) \frac{a^4}{a^x} = a^7 \quad x = \quad \quad \quad \left( (2^3)^x \right)^2 = 8 \quad x =$$

$$c) \sqrt[3]{5^x} = 25 \quad x = \quad \quad \quad \left( \left( \left( \left( \sqrt{(\sqrt{5^3})^{-2}} \right)^x \right)^{\frac{1}{3}} \right)^2 \right) = 1 \quad x =$$

**5. Aufgabe: Berechne !**

$$9 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^3 + \dots + 2 \cdot 10^7 + 1 \cdot 10^8 =$$

**6. Aufgabe: Formuliere als Term und berechne !**

Welche Zahl erhält man, wenn das Quadrat der Basis „2“ mit dem Exponenten „3“ potenziert wird ?

## Test 3

Name:

### 1. Aufgabe: Forme mit Hilfe der Potenzgesetze um und berechne !

$$\text{a) } 3^7 * 3^5 * 3^{-8} * 3^0 = \quad = \quad 3,7^4 * 3,7^{-5} * 3,7^3 = \quad =$$

$$\text{b) } 0,5^{\frac{1}{2}} * 50^{\frac{1}{2}} = \quad = \quad \frac{6^3 * 6^{0,25} * 6^{\frac{3}{4}} * 6^{-4}}{6^{-2}} = \quad =$$

$$\text{c) } \frac{1,2^3}{0,4^3} = \quad = \quad \left( \left( (125^4)^{\frac{3}{9}} \right)^{0,25} \right)^2 = \quad =$$

### 2. Aufgabe: Vereinfache !

$$\text{a) } \frac{(4x^2 - 9)^n}{((2x + 3)(2x - 3))^n} = \quad =$$

$$\text{b) } \frac{(2b + 4)^4}{(b + 2)^4} = \quad =$$

$$\text{c) } \left( \left( \sqrt[3]{g^2} \right)^{12} \right)^{\frac{1}{2}} = \quad =$$

$$\text{d) } (x^{2n+1} * x^{1-2n})^5 = \quad =$$

### 3. Aufgabe: Schreibe als Zehnerpotenz bzw. ausführlich !

$$\text{a) } 387000 = \quad \quad 0,00063 =$$

$$\text{b) } 27,4 * 10^3 = \quad \quad 23,7 * 10^{-5} =$$

### 4. Aufgabe: Bestimme x !

$$\text{a) } 6^5 * 6^x * 6^3 = 6^{11} \quad x = \quad \quad 3^2 * 3^x * 3^3 = 9^6 \quad x =$$

$$\text{b) } \frac{a^4}{a^x} = a^9 \quad x = \quad \quad \left( (2^3)^x \right)^2 = 8 \quad x =$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{3^x} = 27 \quad x = \quad \quad \left( \left( \left( \left( \sqrt{(\sqrt{8^3})^{-2}} \right)^x \right)^{\frac{1}{3}} \right)^2 \right) = 1 \quad x =$$

**5. Aufgabe: Berechne !**

$$9 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^3 + \dots + 2 \cdot 10^7 + 1 \cdot 10^8 =$$

**6. Aufgabe: Formuliere als Term und berechne !**

Welche Zahl erhält man, wenn das Quadrat der Basis „2“ mit dem Exponenten „3“ potenziert wird ?

# MEINUNGEN ZUR FREIARBEIT

1. *Schätze deinen Arbeitsstil ein ! Du kannst mehrere Punkte ankreuzen.*

- Ich habe die gestellten Aufgaben überwiegend allein gelöst.
- Ich habe fast alle Aufgaben zusammen mit Freunden gelöst.
- Ich habe mir oft von Schülern helfen lassen, die in Mathematik besser sind als ich.
- Ich habe selbständig gearbeitet.
- Ich habe die gesamte Unterrichtszeit gearbeitet.
- Ich habe mehr zu Hause gearbeitet als gewöhnlich.
- Ich habe nur gearbeitet, wenn ich dazu extra aufgefordert wurde.
- Ich habe schnell aufgegeben, wenn ich eine Aufgabe nicht alleine lösen konnte.
- Ich habe mich bemüht, die Aufgaben vollständig und richtig zu lösen.
- Ich habe die Aufgaben richtig und vollständig gelöst.

2. *Schätze die Lautstärke während des Unterrichts ein !*

- es war laut
- es war mir zu laut
- es war leise
- es war leiser als beim letzten Mal

3. *An Freiarbeit finde ich gut, dass*

- man sich im Klassenraum bewegen kann
- ich mit meinen Freunden zusammenarbeiten kann
- ich mehr lerne als im „normalen“ Unterricht
- ich mir Unklarheiten vom Lehrer erklären lassen kann
- ich mir die Arbeit selbst einteilen kann
- \_\_\_\_\_

4. *An Freiarbeit stört mich, dass*

- Schüler im Raum herumlaufen und mich ablenken
- es Aufgaben gibt, die ich mit anderen zusammen lösen muss
- ich weniger lerne als im „normalen“ Unterricht
- mir der „übliche“ Unterricht (Lehrer erklärt, Aufschreiben, Üben, Klassenarbeit) besser gefällt
- \_\_\_\_\_

5. *Wie oft und in welchen Unterrichtsfächern hast du die Methode Freiarbeit seit der 7.Klasse angewandt?*

- Anzahl ca.:
- Fächer: \_\_\_\_\_

# Auswertung der Umfrage

## 1. Fragen zum Arbeitsstil

- jeweils 31% der Schüler gaben an, überwiegend selbständig und die gesamte Unterrichtszeit gearbeitet zu haben
- 42% der Schüler haben die Aufgaben mit Hilfe von Nachbarn gelöst
- 73% haben ihr Bemühen um vollständige und richtige Lösungen bekundet

## 2. Fragen zur Lautstärke

- 50% der Schüler empfanden es als laut, aber nur 15% als zu laut
- 23% sehen eine Verbesserung der Situation gegenüber der letzten Freiarbeitsphase

## 3. positive Aspekte

- 35% empfinden die Bewegungsfreiheit als positiv
- 54% arbeiten offensichtlich gern mit Partnern zusammen
- 81% befürworten die Möglichkeit, die Arbeit selbst einteilen zu können
- 85% schätzen die Möglichkeit der individuellen Hilfe durch den Lehrer als positiv ein

## 4. negative Aspekte

- 35% fühlen sich durch die Bewegungsfreiheit gestört
- 15% gaben an, weniger als im „normalen“ Unterricht gelernt zu haben

## 5. Freiarbeit im Oberschulbereich

- die gemachten Angaben schwanken zwischen 2 und 6 Freiarbeitsphasen, wobei der Durchschnitt bei 4 liegt
- offensichtlich wurde in der befragten Klasse diese Methode nur in den Fächern Englisch und Mathematik eingesetzt

**Fazit: Neben dem höheren Maß an Selbständigkeit, der gegenseitigen Hilfe (die hier nicht im Mittelpunkt stand) und einer gewissen Freizügigkeit im Unterrichtsablauf spricht insbesondere die Möglichkeit der individuellen Förderung der Schüler durch den Lehrer für einen Einsatz dieser Methode im Unterricht.**