Mathematik	*Name:*		*Lösungen Klassenarbeit Nr. 2*
Klasse 9a	*Punkte:*	*/34 Note:*	*Schnitt:* *15.1.18*

Aufgabe 1: [10P] Vereinfache so weit wie möglich:

a) $5^8 \cdot 5^5 \cdot 5^{-10} \cdot 5^0$ b) $\dfrac{1,3 \cdot 10^{13}}{2,3 \cdot 10^9} \cdot 4,6 \cdot 10^{-2}$ c) $\left(\dfrac{1}{a}\right)^6 \cdot a^{-7}$

d) $\sqrt[3]{k^2} \cdot \left(\sqrt[3]{k}\right)^4$ e) $\dfrac{\left(\frac{1}{8}\right)^3}{\left(\frac{1}{4}\right)^5}$

Lösungsvorschlag 1:

a) $5^8 \cdot 5^5 \cdot 5^{-10} \cdot 5^0 = 5^{8+5-10+0} = 5^3 = 125$

b) $\dfrac{1,3 \cdot 10^{13}}{2,3 \cdot 10^9} \cdot 4,6 \cdot 10^{-2} = \dfrac{1,3 \cdot 4,6}{2,3} \cdot 10^{13-9-2} = 1,3 \cdot 2 \cdot 10^2 = 2,6 \cdot 10^2 = 260$

c) $\left(\dfrac{1}{a}\right)^6 \cdot a^{-7} = \dfrac{1^6}{a^6} \cdot a^{-7} = a^{-6} \cdot a^{-7} = a^{-6-7} = a^{-13} = \left(\dfrac{1}{a^{13}}\right)$

d) $\sqrt[3]{k^2} \cdot \left(\sqrt[3]{k}\right)^4 = k^{\frac{2}{3}} \cdot k^{\frac{4}{3}} = k^{\frac{2}{3}+\frac{4}{3}} = k^2$

e) $\dfrac{\left(\frac{1}{8}\right)^3}{\left(\frac{1}{4}\right)^5} = \dfrac{1}{8^3} \cdot \dfrac{4^5}{1^5} = \dfrac{2^{2\cdot 5}}{2^{3\cdot 3}} = 2^{10-9} = 2$

Aufgabe 2: [6P] Vereinfache so weit wie möglich und schreibe ohne Bruchstrich.

a) $\dfrac{a^{2n+1}}{b^{-3n}} \cdot \dfrac{b^{-3n+5}}{a^{2n+6}}$ b) $\dfrac{\left(15a^2\right)^5}{\left(5a\right)^5}$ c) $\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{3} + \left(\sqrt[3]{2^2}\right)^6$

Lösungsvorschlag 2:

a) $\dfrac{a^{2n+1}}{b^{-3n}} \cdot \dfrac{b^{-3n+5}}{a^{2n+6}} = a^{2n+1-(2n+6)} \cdot b^{-3n+5+3n} = a^{1-6} \cdot b^5 = a^{-5} \cdot b^5 = \left(\dfrac{a}{b}\right)^5$

b) $\dfrac{\left(15a^2\right)^5}{\left(5a\right)^5} = \dfrac{3^5 \cdot 5^5 \cdot a^{2\cdot 5}}{5^5 \cdot a^5} = 3^5 a^5 = \left(3a\right)^5$

c) $\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{3} + \left(\sqrt[3]{2^2}\right)^6 = 3^{\frac{3}{4}} \cdot 3^{\frac{1}{4}} + 2^{\frac{2}{3}\cdot 6} = 3^{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}} + 2^4 = 3 + 16 = 19$

Aufgabe 3: [4P] In einer Turnhalle hängt ein Kletterseil, dass 50 cm länger ist wie die Höhe der Halle. Zieht man das untere Seilende 2,50 m zur Seite, so berührt es gerade noch den Boden. Wie weit hoch ist die Turnhalle? (Fertige evtl. eine Skizze an.)

Lösungsvorschlag 3: Die Höhe der Halle sei $h = x$, dann ist die Seillänge $s = x + 0,5$

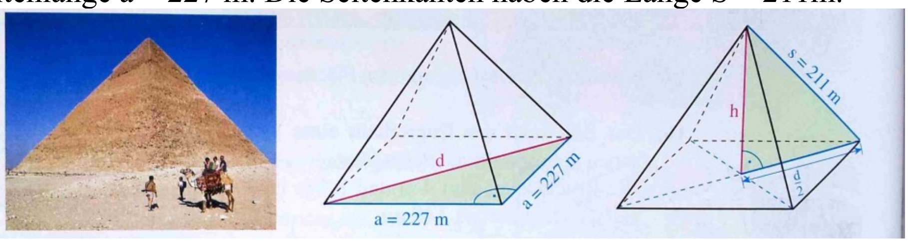
Bem.: ** kennzeichnet eine schwierigere Zusatzaufgabe außerhalb der Wertung.*

Damit gilt wegen $s^2 = h^2 + 2,5^2$ die Gleichung mit x: $(x+0,5)^2 = x^2 + 2,5^2$ oder wegen der binomischen Formel: $x^2 + 2 \cdot 0,5x + 0,25 = x^2 + 6,25$ oder $x = +6,25 - 0,25 = 6$.
Die Höhe der Halle ist damit 6m (und die Seillänge 6,5m).

Aufgabe 4: [4P] Von einem gleichschenkligen Dreieck ist die Höhe $h = 3cm$ und die Länge $s = 5cm$ der beiden Schenkel gegeben. Bestimme die Fläche des Dreeiecks.

Lösungsvorschlag 4:Für das gleichschenklige Dreieck mit der Bassiseite c gilt
$h^2 + \left(\frac{1}{2}c\right)^2 = s^2$ oder wenn wir nach $\left(\frac{1}{2}c\right)^2 = \frac{1}{4}c^2$ auflösen:
$\frac{1}{4}c^2 = s^2 - h^2 = 25 - 9 = 16$ oder $c^2 = 64$. Damit ist die Grundseite $c = 8$. Die Fläche ist dann $A = \frac{1}{2}c \cdot h = \frac{1}{2}8 \cdot 3 = 12$
Die Fläche des Dreiecks ist also $12cm^2$.

Aufgabe 5: [6P] Die Cheopspyramide in Ägypten hat eine quadratische Grundfläche mit der Seitenlänge a = 227 m. Die Seitenkanten haben die Länge S = 211m.



a) Berechne die Länge der Diagonale d der Grundfläche.
b) Berechne dann die Höhe h der Cheopspyramide
c) Wie lang ist die Mitte der Seitenfläche, d.h. die „Höhe“ der vier Seitendreiecke?

Lösungsvorschlag 5:
Zu a) Der Satz des Pythaogoras für das grüne Dreieck auf dem Boden der Pyramide im Bild oben liefert:

$$d^2 = 2a^2 \Rightarrow d = \sqrt{2 \cdot 227^2} = 321,03$$

Zu b) Der Satz des Pythaogoras für das grüne aufrechte Dreieck im Bild oben rechts liefert:

$$h^2 = s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 211^2 - \left(\frac{1}{2}321\right)^2 = 18760,75 \quad \text{also ist}$$

$$h = \sqrt{18760,75} = 136,97$$

Bem.: ** kennzeichnet eine schwierigere Zusatzaufgabe außerhalb der Wertung.*

Zu c) Bezeichnen wir mit h_s die Höhe im Sitendreieck, so gilt:

$$h_s = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{211^2 - \left(\frac{227}{2}\right)^2} = 177{,}87$$

Die Länge der Diagonale ist 321 m, die Höhe der Pyramide 137 m un die Höhe der Seitendreiecke h_s = 178m.

Aufgabe 6: [4P] Beweise den Kathetensatz: $a^2 = cp$. Erstelle ein Skizze und schreibe Text.
Lösungsvorschlag 6:

***Aufgabe:** [+3P]Ein Tetraeder besteht aus vier gleichseitigen Dreiecken der Kantenlänge a. Bestimme sein Volumen.
Lösungsvorschlag *:

Da jedes der vier gleichseitigen Dreiecke auch gleichschenklig ist, gilt für die Höhe h: $h^2 + \frac{1}{4}a^2 = a^2$ oder $h^2 = \frac{3}{4}a^2$ oder $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. Aus Symmetriegründen liegt die Spitze des Tetraeders über der Mittelllinie des Dreiecks (Höhe = Seitenhalbiende) Ebenos natürlich über allen Seitenhalbierenden. Damit liegt sie über dem Schnittpunkt der drei Seitenhalbienden. Dieser Schnittpunkt teilt die Seitenhalbierende im Verhöltnis 2:1.

Somit gilt für die Höhe H des Tetraders: $H^2 + \left(\frac{2}{3}h\right)^2 = a^2$ oder

$H^2 = a^2 - \frac{4}{9}h^2 = a^2 - \frac{4}{9}\frac{3}{4}a^2 = \frac{2}{3}a^2$ also ist $H = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}a$. Damit gilt für das Volumen $V = \frac{1}{3}G \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}a \cdot h \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}a = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}a = \frac{1}{12}\sqrt{2}a^3$