Aufgabe 1: Termumformungen

a) [2P] $5a+11+7a$

b) [2P] $x+3x^2+3x-2x^2$

c) [2P] $3\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)-7\frac{1}{2}x+2\cdot\frac{2}{3}a$

Lösungsvorschlag 1:

Zu a) $5a+11+7a=12a+11$ Die Summanden mit derselben Variablen kann man addieren – Formal klammert man aus, ansonsten stellt man sich vor, dass a so etwas wie ein Apfel ist, b eine Birne

Zu b) $x+3x^2+3x-2x^2=4x+x^2$ Summanden, die eine Variable mit verschiedenen Hochzahlen haben, kann man **nicht** addieren. Summanden mit x und mit x^2 sind so verschieden, wie Summanden mit verschiedenen Variablen. Man kann ja nicht gemeinsam ausklammern.

Zu c) $3\cdot\left(\frac{1}{2}x\right)-7\frac{1}{2}x+2\cdot\frac{2}{3}a=\frac{3}{2}x-\frac{15}{2}x+\frac{4}{3}a=-\frac{12}{2}x+\frac{4}{3}a=-6x+1\frac{1}{3}a$

Vorsicht: Wenn ein Operationszeichen fehlt, ist es bis MAL. Es gibt aber eine wichtige Ausnahme: Fehlt zwischen einer ganzen Zahl und einem Bruch ein Zeichen, ist es ein PLUS.

Aufgabe 2: Gleichungen lösen

a) [2P] x -7 = 3-2x

b) [2P] $5x-13=7$

c) [2P] $\frac{1}{6}-\frac{2}{3}x=-\frac{1}{2}$

d) [2P] $2\frac{1}{5}(x-2)=3\frac{2}{3}$

e) [2P] $9-6x+3+4x^2=(3-2x)^2$

Lösungsvorschlag 2:

Zu a)

$x-7=3-2x \quad |+2x$

$3x-7=3 \quad |+7$

$3x=10 \quad |:3$

$x=\frac{10}{3}=3\frac{1}{3}$

Zu b)

$5x-13=7 \quad |+13$

$5x=20 \quad |/5$

$x=4$

Zu c)

$$\frac{1}{6}-\frac{2}{3}x=-\frac{1}{2} \quad |-\frac{1}{6}$$

$$-\frac{2}{3}x=-\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=-\frac{3+1}{6}$$

$$-\frac{2}{3}x=-\frac{4}{6}=-\frac{2}{3} \quad |/\left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$x=1$$

Zu d)

$$2\frac{1}{5}(x-2)=3\frac{2}{3}$$

$$\frac{10+1}{5}(x-2)=\frac{9+2}{3}$$

$$\frac{11}{5}(x-2)=\frac{11}{3} \quad |/\left(\frac{11}{5}\right)$$

$$x-2=\frac{11}{3}\cdot\frac{5}{11}=\frac{5}{3}$$ Vorsicht: Zuerst kürzen, dann multiplizieren

$$x=2+1\frac{2}{3}=3\frac{2}{3}$$

Zu e)

$$9-6x+3+4x^2=(3-2x)^2 9-6x+3+4x^2=(3-2x)^2$$ rechts steht eine binomische Formel

$$9-6x+3+4x^2=3^2-2\cdot3\cdot2x+(2x)^2$$

$$9-6x+3+4x^2=9-12x+4x^2 \quad |-4x^2+12x$$

$$12+6x=9 \quad |-12$$

$$6x=-3 \quad |/6$$

$$x=-\frac{1}{2}$$

Aufgabe 3: [3P] Wenn man 11 zu einer Zahl addiert, erhält man das Dreifache der gesuchten Zahl.
Tipp: Bezeichne die gesuchte Zahl mit x und stelle dann mit dem Text eine Gleichung auf. Löse sie.

Lösungsvorschlag 3: Sei x die Zahl, die die Bedingung der Aufgabe erfüllt, dann gilt

$$x+11=3x \quad |-x$$

$$11=2x \quad |/2$$

$$x=\frac{11}{2}=5,5$$

Antwort: Die gesuchte Zahl ist 5,5.

Aufgabe 4:[3P] Addiert man 17 zum 5-fachen einer Zahl, so erhält man 52.

Lösungsvorschlag 4: : Sei x die Zahl, die die Bedingung der Aufgabe erfüllt, dann gilt

$5x+17=52 \quad |-17$

$5x=35 \quad |/5$

$x=7$

Antwort: Die gesuchte Zahl ist 7

Aufgabe 5:[4P] Bei einem Rechteck mit dem Umfang 30 ist eine Seite 1,5-mal so lang wie die andere. Wie lang sind beide Seiten?
Tipp: Mache Dir eine Skizze

Lösungsvorschlag 5: Der Umfang eine Rechtecks mit den Seiten a und b ist $U=2a+2b$
Sei x die kürzere Rechtecksseite a, dann ist die längere Rechtesseite b = 1,5x
Damit gilt für den Umfang U

$2\cdot x+2\cdot(1{,}5x)=30$

$5x=30 \quad |/5$

$x=6$

Antwort: Die kürzere Seite ist 6, die längere 9 (Längeneinheiten)

Aufgabe 6: [4P] Eine Aufgabe von Euler (1770): Ein Vater hinterlässt seinen drei Söhnen ein Vermögen von 1600 Talern. Nach seinem Testament soll der älteste Sohn 200 Taler mehr erhalten als der zweite, der zweite aber 100 Taler mehr als der dritte.
Wie viel bekommt jeder? (Tipp: x = das, was der dritte bekommt)

Lösungsvorschlag 6:
Sei x das, was der dritte Sohn bekommt. Dann bekommt der zweite 100 Taler mehr, also x+100. Der erste bekommt dann x+100+200 = x+300
Also gilt:

$x+x+100+x+300=1600$

$3x+400=1600 \quad |-400$

$3x=1200 \quad |/3$

$x=400$

Anwort: Er älteste bekommt 700 Taler, der zweite 500 und der dritte 400 Taler.

***Aufgabe**: [+3P] Beim Bau einer zweigleisigen Bahnstrecke wird zunächst nur ein Gleis verlegt. Der Bautrupp schafft 60 m Schienenstrecke pro Tag. Nach 8 Tagen Bauzeit beginnt ein anderer Bautrupp mit dem Verlegen des zweiten Gleises. Er schafft 80 m pro Tag. Am wievielten Tag holt der zweite Bautrupp den ersten ein?

Lösungsvorschlag *:
Es gibt mindestens drei verschiedene Lösungen:
Variante 1) Sei x die Anzahl der Tage, die der erste Bautrupp benötigt, bis der zweite ihn einholt.
Die Scheinenstrecke nach x Tagen ist x*60
Der zweite hat bis zum Zusammentreffen 8 Tage weniger gearbeitet, also x-8 Tage. In diesen Tagen legt der Bautrupp die Schienenstreckke (x-8)*80
Beim Zusammentreffen sind beide Schienenstränge gleich lang. Also gilt

$$60x = 80(x-8) = 80x - 640 \quad |-80x$$
$$-20x = -640 \quad |/(-20)$$
$$x = \frac{-640}{-20} = \frac{64}{2} = 32$$

Damit holt der zweite Bautrupp den ersten ein, wenn dieser 32 Tage gearbeitet hat. Der zweite Bautrupp hat dann 32-8=24 Tage gearbeitet.

Variante 2) Sei x die Anzahl der Tage, die der zweite Bautrupp benötigt, bis er den ersten einholt.

In diesen Tagen legt der zweite Bautrupp die Schienenstrecke 80*x

Der erste Bautrupp hat 8 Tage länger gearbeitet. In diesen Tagen legt er die Scheinestrecke 60*(x+8). Beim Zusammentreffen sind beide Schienenstrecken gleich groß. Also gilt

$$60(x+8) = 80x$$
$$60x + 480 = 80x \quad |-60x$$
$$480 = 20x \quad |/20$$
$$x = \frac{480}{20} = \frac{48}{2} = 24$$

Damit holt der zweite Bautrupp den ersten ein, wenn er 24 Tage gearbeitet hat. Der erste Bautrupp hat dann 24+8=23 Tage gearbeitet.

Variante 3) Der zweite Bautrupp nähert sich jeden Tag dem Bautrupp eins um 20km, da er ja 20 km mehr legt. Der Vorsprung des ersten Bautrupps ist 8*60=480.

Der zweite Bautrupp holt den ersten Bautrupp nach x Tagen ein. Dann ist der Vorsprung des ersten 0. Damit gilt

$$20 \cdot x = 480 \quad |/20$$
$$x = \frac{480}{20} = 24$$

Damit holt der zweite Bautrupp den ersten ein, wenn er 24 Tage gearbeitet hat. Der erste Bautrupp hat dann 24+8=23 Tage gearbeitet.

Man erkennt hier sehr schön, dass es nicht entscheidend ist, was mit x bezeichnet wird, aber es ist wichtig, dass man sich die gewählte Bedeutung von x klar notiert.